Nur für den Dienstgebrauch!

Reichsberichte für PHYSIK

HERAUSGEGEBEN IM AUFTRAG DES REICHSFORSCHUNGSRATS

VON PROF. DR. W. GERLACH

LEITER DER FACHSPARTE PHYSIK

Beihefte zur Physikalischen Zeitschrift

SCHRIFTLEITUNG: DR. LUDWIG BEWILOGUA

Alle Manuskripte und darauf bezüglichen Zuschriften sind an den Schriftleiter unter der Adresse Dr. Ludwig Bewilogua, Schriftleitung der Physikalischen Zeitschrift, Berlin-Dahlem, Boltzmannstraße 20, zu senden

Nr. 3 | Ausgegeben im September 1944 Nr. 3 / Printed in Germany | 1. Jahrgang

INHALT:

Abhandlungen:

M. Ploke, Feldeigenschaften und Strahlerzeugung in Braunschen Röhren. S. 71—95.

A. Weißfloch, Zur Wirkungsweise von Mischstufen im Dezimeter- und Zentimeterwellengebiet. S. 96—105.

E. Rüchardt und E. Kappler, Zur Feinwanderung an Abhebekontakten. S. 106—107. Mit Tafel V.

M. Knoll und B. Kühnreich, Sekundäre Elektronenemission von Kristallphosphoren bei hohen Elektronengeschwindigkeiten. S. 108—110.

AUSLIEFERUNG DURCH S. HIRZEL VERLAG IN LEIPZIG

Behandlungsvorschrift

Die Reichsberichte sind nur für den Dienstgebrauch des Empfängers bestimmt. Weiterleitung an Persönlichkeiten außerhalb des Dienstbereichs und Verwendung zu Veröffentlichungen ist ausgeschlossen.

Die Reichsberichte sind unter gesichertem Verschluß zu halten.

REICHSBERICHTE FÜR PHYSIK

Nr. 3 1. Jahrgang

ABHANDLUNGEN

Feldeigenschaften und Strahlerzeugung in Braunschen Röhren

Von Martin Ploke[1])

Zusammenfassung

Für die Strahlerzeugung in Braunschen Röhren ist die Gestaltung des elektrostatischen Feldes unmittelbar vor der Kathode von besonderer Bedeutung. In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, daß dieses Feld in erster Näherung nur von zwei Parametern, nämlich dem Radius r_0 des emittierenden Gebietes und der Feldstärke E_0 in der Kathodenmitte abhängt. Die Wirkung der angelegten Spannungen wird in Analogie zur Theorie der Verstärkerröhre durch den Begriff der Steuerspannung beschrieben, während die geometrische Form des Strahlerzeugungssystems durch die Einführung von vier Formkonstanten erfaßt wird. Als Funktion dieser Größen werden Beziehungen für den Strahlengang in der Nähe der Kathode und den Emissionsstrom aufgestellt, die durch eine experimentelle Untersuchung der Strahlbildung ergänzt und bestätigt werden. Die geometrischen Konstanten werden für zwei vereinfachte Erzeugungssysteme theoretisch berechnet; im allgemeinen ist man aber auf ihre experimentelle Bestimmung angewiesen, welche auch außerhalb des Vakuums an vergrößerten Systemmodellen vorgenommen werden kann. Aus den Ergebnissen werden Richtlinien für die zweckmäßige Formgebung des Strahlerzeugungssystems abgeleitet.

I. Einleitung

Der hohe Entwicklungsstand moderner Braunscher Röhren ist im wesentlichen das Ergebnis empirischer Forschung unter Anwendung elektronenoptischer Prinzipien [1, 2][2]). Mit Hilfe der Elektronenoptik kann man insbesondere quantitative Aussagen über die Elemente zur Bündelung und Ablenkung des Elektronenstrahles machen. Auch zur Beschreibung der Strahlerzeugung ist die Elektronenoptik herangezogen worden. Nach Johannson [3] kann man z. B. das Erzeugungssystem als Immersionsobjektiv auffassen und die am Elektronenmikroskop gewonnenen Erkenntnisse auf die Braunsche Röhre übertragen. Allerdings müßten die über das Immersionsobjektiv vorliegenden Arbeiten (vgl. [2]) noch durch eine Diskussion der Linsenfehler höherer Ordnung ergänzt werden, da, wie im folgenden gezeigt wird, das Feld in der Nähe der Kathode der Braunschen Röhre stark inhomogen ist. Leider ist es bis heute noch nicht gelungen, einfache und leicht zu übersehende Beziehungen zwischen den Elektrodenspannungen und den elektronenoptischen Bestimmungsstücken aufzufinden. Auch die experimentelle Bestimmung der Brennweiten auf Grund von Messungen an Elektronenstrahlern, wie sie von Dosse [4] durchgeführt wurden, führen nicht zu einfachen Gesetzmäßigkeiten der gewünschten Art. Man kommt hier weiter, wenn man einen Weg einschlägt, der in der Theorie der Verstärkerröhre mit Erfolg beschritten worden ist [5, 6].

Ausgangspunkt ist die Überlegung, daß das elektrostatische Feld unmittelbar vor der Kathode für die Strahlbildung von besonderer Bedeutung ist. Wie Barkhausen [5, 7] gezeigt hat, liefert jede Elektrode nach Maßgabe ihres elektrostatischen Durchgriffes einen Beitrag zum Kathodenfeld. Bei Einführung des Begriffes der Steuerspannung ist es dann möglich, das gegebene Erzeugungssystem auf ein vereinfachtes Ersatzsystem mit bekannten Eigenschaften zurückzuführen. Die Brauchbarkeit dieser Methode für das Problem der Braunschen Röhre zeigt bereits eine überschlägige Rechnung von Paehr [8], der an Hand eines stilisierten Strahlerzeugungssystems die Strom-Spannungscharakteristik Braunscher Röhren ermittelte und Übereinstimmung mit dem Experiment erhielt. In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, daß in der Nähe der Kathode das elektrostatische Feldbild, die Strahleigenschaften und die Stromdichte in erster Näherung von der Elektrodenform unabhängig und durch einfache Beziehungen mit den Betriebsspannungen verknüpft sind.

1) Gekürzte Wiedergabe der von der Technischen Hochschule Dresden genehmigten Dissertation. (Referent Prof. Dr. Falkenhagen, Korreferent Prof. Dr. Barkhausen.)

2) Die Ziffern in eckigen Klammern beziehen sich auf das Schrifttumsverzeichnis am Schluß der Arbeit.

A. Theoretischer Teil

II. Die Strahlerzeugung als elektrostatisches Problem

Zur Erzeugung gebündelter Elektronenstrahlen im Hochvakuum benutzt man heute fast ausschließlich ein Strahlerzeugungssystem von der in Fig. 1 dargestellten Art. Es besteht

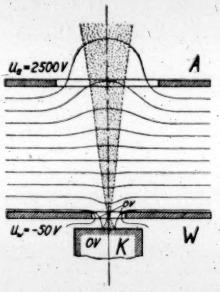


Fig. 1. Beispiel für ein Strahlerzeugungssystem.

aus drei axialsymmetrischen Elektroden, der Glühkathode K, der Wehneltelektrode W und der Anode A. Die emittierende Kathodenfläche ist für gewöhnlich eben, kann aber auch kugelförmig gewölbt sein. Als Wehneltelektrode und als Anode verwendet man meist Lochblenden oder Zylinder.

Im folgenden wird vorausgesetzt, daß die Kathodenfläche gleichmäßig temperiert ist und mit konstanter Stromdichte einen bestimmten Sättigungsstrom emittiert. Die angelegten Spannungen sollen ferner auf die Kathode als Nullpunkt bezogen werden. Auf Grund qualitativer Untersuchungen von Heimann [9] und Borries und Ruska [10] und nach Feldmessungen im elektrolytischen Trog von Knoll [11] kann man sich folgendes Bild von der Wirkungsweise der Dreielektrodenanordnung nach Fig. 1 machen.

Bei positiver Anodenspannung U_a (z. B. $U_a = 2500$ V) und passend eingestellter negativer Wehneltspannung U_w (z. B. $U_w = -50$ V) entsteht im allgemeinen ein Elektronenstrahl mit kreisförmigem Querschnitt von der in Fig. 1 angedeuteten Gestalt. Trotz der gleichmäßigen Emissionsfähigkeit der Kathode sendet nur ein kreisförmig begrenztes Teilgebiet der Kathode Elektronen aus. Der Strahlquerschnitt nimmt in Richtung zur Anode hin zunächst ab, um nach Durchlaufen eines Minimums wieder anzusteigen. In dem an die Anode anschließenden feldfreien Raum entsteht schließlich ein kegelförmiger Strahl, der in der Braunschen Röhre durch elektrische oder magnetische Linsen auf den Fluoreszenzschirm konzentriert wird und dort den Leuchtfleck erzeugt. Gegenstand der elektronenoptischen Abbildung ist dabei der engste Strahlquerschnitt vor der Kathode, der zur Erzielung eines kleinen Leuchtflecks so klein als möglich gehalten werden muß. Verändert man die Wehneltspannung nach positiven Werten hin, so tritt eine Zunahme des emittierenden Gebietes und des Strahlöffnungswinkels ein. Gleichzeitig steigt der Strahlstrom an, sofern die Kathodenstromdichte unterhalb des Sättigungswertes bleibt. Umgekehrt kann man den Strahlquerschnitt und den Strahlstrom mit zunehmend negativer Wehneltspannung verringern oder auch vollständig zum Verschwinden bringen. Die Wehneltspannung, bei der Strahlbildung gerade einsetzt, heißt Einsatzspannung U_{w_0}.

Sieht man zunächst vom Einfluß der Anfangsgeschwindigkeiten ab, so ist der Rand des emittierenden Gebietes offenbar als geometrischer Ort der Feldstärke Null anzusehen. Innerhalb des emittierenden Gebietes finden die Elektronen ein beschleunigendes Feld vor, während im Außenraum ein Gegenfeld vorhanden ist. Die Randkurve ist aus Symmetriegründen ein Kreis und zugleich die Fußkurve der Nullpotentialfläche, die sich, von der Kathode ausgehend, in den Raum zwischen Wehnelt und Anode erstreckt (vgl. Fig. 1). Mit zunehmender Wehneltspannung entfernt sich die Nullpotentialfläche von der Achse und gibt nach Art einer Irisblende einen steigenden Anteil der Kathodenfläche für die Emission frei. Der Einsatzpunkt ist dadurch gekennzeichnet, daß die Nullpotentialfläche in einen Kreiskegel entartet, dessen Spitze mit der Kathodenmitte zusammenfällt. Es ist zweckmäßig, als Richtung der elektrischen Feldstärke E die Richtung der Kraft auf ein Elektron einzuführen[3]). Die Erzeugung eines Elektronenstrahles ist demnach an die Bedingung $U_w > U_{w_0}$ und $E > 0$ geknüpft.

Es entsteht die Frage, in welchem Maße das elektrostatische Feld durch die Raumladung des Elektronenstrahles verzerrt wird. Daß ein solcher Einfluß vorhanden ist, geht unter anderem aus einer Arbeit von Maloff und Epstein [13] hervor, in der ein zeichnerisches Näherungsverfahren zur Lösung dieser Aufgabe beschrieben wird. Am geringsten dürfte die Raumladungsstörung bei hohen Betriebsspannungen sein. Schwartz, Strübig und Paehr [14] erbrachten auf Grund von Messungen an Braunschen Röhren für Fernsehgroßprojektion den Nachweis, daß der Öffnungswinkel des Emissionskegels bei hohen Betriebsspannungen unabhängig von

3) Diese abweichende Definition der elektrischen Feldstärke ist wiederholt in der Literatur angewendet worden (vgl. z. B. [12]).

der Kathodentemperatur, also auch unabhängig von der Raumladung ist. Nach Meinung der Verfasser ist das emittierende Kathodengebiet, das Strahlminimum und der Divergenzwinkel lediglich durch das statische Feldbild bestimmt[4]). Da auch bei niedrigen Betriebsspannungen der Öffnungswinkel nur wenig von der Kathodenheizung abhängt [4], kann man annehmen, daß der Fehler bei der Bestimmung der Elektronenbahnen aus dem statischen Feld gering ist. Gestützt wird dieser Schluß ferner durch eine neuerdings erschienene Arbeit von Schwartz [42], in welcher die Strahlverbreiterung durch Raumladung für 3 Typen von Fernsehröhren zahlenmäßig angegeben wird. Danach beträgt die durch Raumladungskräfte bewirkte Zunahme des Fleckdurchmessers bei normalen Betriebsbedingungen weniger als 1 Proz. Ähnlich liegen die Verhältnisse bei der Berechnung der Größe des raumladungsbegrenzten Strahlstromes. Die aus den Eigenschaften des statischen Feldes ermittelte Ersatzröhre liefert bereits einen brauchbaren Ausdruck für die Stromspannungscharakteristik, wie in der Theorie der Verstärkerröhre gezeigt wird [7]. Neuere Untersuchungen führten zur näherungsweisen Ermittlung der Raumladungsrückwirkung [12]. Die Ergebnisse der ursprünglichen „statischen Theorie" wurden aber dadurch nicht ungültig, sondern nur verfeinert und ergänzt. Es dürfte hiernach gerechtfertigt sein, den Entladungsvorgang in der Braunschen Röhre zunächst einmal auf Grund des elektrostatischen Feldes zu beschreiben und auf die Berücksichtigung der Raumladungsrückwirkung zu verzichten. Dabei wird sich zeigen, daß das Feld vor der Glühkathode in erster Näherung allgemein gültige Eigenschaften besitzt, die für die Strahlerzeugung bestimmend sind.

Benutzt man ein Erzeugungssystem nach Fig. 1 als Immersionsobjektiv zur elektronenoptischen Abbildung der Kathode, so wird ein möglichst großer, scharf abgebildeter Kathodenbereich angestrebt. Bei der Braunschen Röhre liegen die Verhältnisse anders. Hier kommt es im Hinblick auf die unvermeidlichen Linsenfehler der Konzentrations- und Ablenkelemente darauf an, einen möglichst hohen Strom in einem Elektronenstrahl kleinen Querschnitts zu vereinigen [14]. Dies gelingt für gewöhnlich nur bei verhältnismäßig kleiner Ausdehnung des emittierenden Gebietes. Dann ist es aber möglich, das für die Strahlerzeugung maßgebende Potential in eine Reihe zu entwickeln, zu der nur die Anfangsglieder einen merklichen Beitrag liefern. Die Rechnung wird für die ebene und die kugelförmige Kathode getrennt durchgeführt. Soweit Fragen der Elektronenemission berührt werden, sollen vorerst die Anfangsgeschwindigkeiten der Glühelektronen vernachlässigt werden.

4) Vgl. auch [8], S. 194, Fußnote 2.

III. Das Feld in Kathodennähe

a) Ebene Kathode. Die Kathodenoberfläche sei die Ebene $z = 0$ eines Zylinderkoordinatensystems r, z. Die Laplacesche Gleichung lautet in diesen Koordinaten

$$\Delta\varphi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0 . \qquad (1)$$

Die Randbedingungen ergeben sich aus der Forderung, daß die Kathode Äquipotentialfläche vom Potential $\varphi = 0$ ist und daß die Feldstärke am Rand des emittierenden Gebietes, d. h. für $r = r_0$ verschwindet. Es wird also

$$\varphi = 0 \text{ für } z = 0 \text{ und alle } r , \qquad (2)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0 \text{ für } z = 0 \text{ und } r = r_0 . \qquad (3)$$

Nun ist im rotationssymmetrischen Potentialfeld das Raumpotential $\varphi(r, z)$ gesetzmäßig mit dem Achsenpotential $\Phi(z)$ verknüpft. Es gilt auf Grund von Gleichung (1) die Reihenentwicklung [15]

$$\varphi(r, z) = \Phi(z) + \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)^\nu}{(\nu!)^2} \frac{\partial^{2\nu}\Phi(z)}{\partial z^{2\nu}} \left(\frac{r}{2}\right)^{2\nu} . \qquad (4)$$

Entwickelt man $\varphi(r, z)$ gleichzeitig nach r und z bis zu Gliedern vierter Ordnung, so erhält man für das Potential in der Umgebung von $r = 0$, $z = 0$ den Ausdruck

$$\left.\begin{aligned} \varphi(r, z) = {} & \Phi(0) - \Phi''(0)\frac{r^2}{4} + \Phi^{(IV)}(0)\frac{r^4}{64} \\ & + \left(\Phi'(0) - \Phi'''(0)\frac{r^2}{4}\right) z \\ & + \frac{1}{2}\left(\Phi''(0) - \Phi^{(IV)}(0)\frac{r^2}{4}\right) z^2 \\ & + \frac{1}{6}\Phi'''(0)\, z^3 + \frac{1}{24}\Phi^{(IV)}(0)\, z^4 , \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

der sich nach Einführung der Randbedingungen (2) und (3) wesentlich vereinfacht. Aus Gleichung (2) folgt sofort

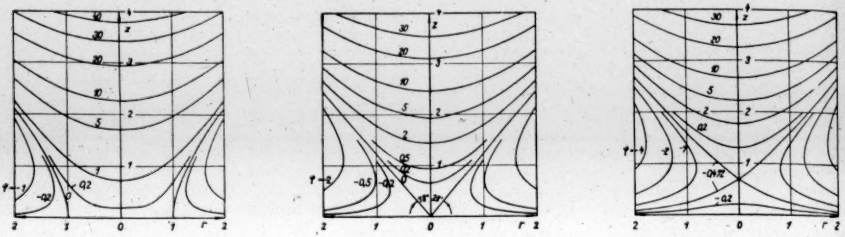
$$\Phi(0) = \Phi''(0) = \Phi^{(IV)}(0) = 0 ,$$

während die Randbedingung (3) einen Ausdruck für den Radius r_0 des emittierenden Gebietes liefert. Man erhält

$$r_0^2 = \frac{4\,\Phi'(0)}{\Phi'''(0)} = \frac{4\,E_0}{\Phi'''(0)} , \qquad (6)$$

wenn mit

$$E_0 = \Phi'(0) \qquad (7)$$



a) $r_0^2 = 1$, $E_0 = 1$; b) $r_0^2 = 0$, $E_0 = 0$; c) $r_0^2 = -1$, $E_0 = -1$.

Fig. 2. Das Feldbild vor der ebenen Kathode, Flächen konstanten Potentials.

die Feldstärke in der Mitte der Kathodenfläche bezeichnet wird. Das Potential (5) läßt sich nunmehr entweder durch die beiden Konstanten $\Phi'(0)$ und $\Phi'''(0)$ oder durch E_0 und r_0 ausdrücken. Bis zu Gliedern vierter Ordnung ergeben sich so für das Potential vor der Kathode die gleichwertigen Ausdrücke

$$\varphi(r,z) = z\left[\Phi'(0) + \frac{1}{4}\Phi'''(0)\left(\frac{2}{3}z^2 - r^2\right)\right], \qquad (8)$$

$$\varphi(r,z) = E_0 z\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} + \frac{2}{3}\frac{z^2}{r_0^2}\right). \qquad (8a)$$

Durch Differentiation folgt hieraus die Feldstärke auf der Kathodenfläche. Man erhält für $z = 0$ in erster Näherung

$$E = \Phi'(0) - \frac{r^2}{4}\Phi'''(0) = E_0\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right). \qquad (9)$$

Hinsichtlich der Gestalt des durch die Gleichung (8) und (8a) definierten Potentialfeldes sind die drei Fälle $r_0^2 > 0$; $r_0^2 = 0$ und $r_0^2 < 0$ zu unterscheiden (vgl. Fig. 2a bis 2c).

1. $r_0^2 > 0$. Auf der Kathode ist ein kreisförmiges Gebiet vorhanden, das für $E_0 > 0$ Elektronen aussenden kann. Die Kathodenfeldstärke nimmt entsprechend Gleichung (9) von der Mitte des Gebietes bis zum Rande hin parabelförmig ab. Fig. 2a zeigt das Feldbild für $r_0^2 = 1$, $E_0 = 1$. Man beachte das senkrechte Einmünden der Nullpotentialfläche in die Kathodenfläche.
2. $r_0^2 = 0$. Gleichzeitig muß auch $E_0 = 0$ sein, wenn das Potential endlich bleiben soll. Nach Gleichung (8) hängt das Potential nur noch von dem Parameter $\Phi'''(0)$ ab. Wie Fig. 2b für $\frac{1}{4}\Phi'''(0) = 1$ erkennen läßt, ist die Nullpotentialfläche ein gerader Kreiskegel mit dem Öffnungswinkel 78° 28′[5]). Das Feldbild kennzeichnet den Zustand beginnender Elektronenemission (sog. Einsatzpunkt).

5) In Übereinstimmung mit Brüche [16].

3. $r_0^2 < 0$. Es entsteht kein kreisförmiges Emissionsgebiet. Je nach dem Vorzeichen von E_0 ist die Kathode für Elektronen gesperrt ($E_0 < 0$) oder kann in ihrer ganzen Ausdehnung Elektronen emittieren ($E_0 > 0$). In beiden Fällen befindet sich vor der Kathode ein Sattelpunkt, wie in Fig. 2c für das Beispiel $r_0^2 = -1$ und $E_0 = -1$ gezeigt wird.

Um einen Anhaltspunkt dafür zu gewinnen, bis zu welchem Wert des Parameters r_0 die Glieder höherer Ordnung vernachlässigt werden können, betrachten wir den Einfluß des Gliedes fünfter Ordnung auf die Feldstärke E_0. Dieser in Gleichung (9) vernachlässigte Summand hat nach Gleichung (4) den Absolutwert $\frac{r^4}{64}|\Phi^{(V)}(0)|$ und soll für $r = r_0$ noch klein gegen den Absolutwert des zweiten Summanden $\frac{r^2}{4}|\Phi'''(0)|$ sein. Die Entwicklungen dieses Abschnittes gelten folglich unter der Einschränkung

$$r_0^2 \ll \left|\frac{16\,\Phi'''(0)}{\Phi^{(V)}(0)}\right|. \qquad (10)$$

Wie die weitere Rechnung zeigen wird, läuft diese Bedingung im wesentlichen darauf hinaus, daß r_0^2 klein sein soll gegen das Quadrat des Wehneltradius.

b) Kugelförmige Kathode. Das Potential hängt vom Radius R und dem Breitenwinkel ϑ ab. Es gilt

$$\left.\begin{aligned} \Delta\varphi = \frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2\frac{\partial\varphi}{\partial R}\right) \\ + \frac{1}{R^2\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial\varphi}{\partial\vartheta}\right) = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

Der Ort des Nullpotentials ist jetzt die Kathodenkugel vom Radius R_0. Der Rand des

emittierenden Gebietes hat die Koordinaten $R = R_0$, $\vartheta = \vartheta_0$. Eine Lösung, die den Randbedingungen

$$\varphi = 0 \text{ für } R = R_0 \text{ und alle } \vartheta\,, \tag{12}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial R} = 0 \text{ für } R = R_0 \text{ und } \vartheta = \vartheta_0 \tag{13}$$

genügt, gewinnt man durch den Ansatz

$$\varphi(R, \vartheta) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n R^n + A_{-(n+1)} R^{-(n+1)}) P_n(\cos\vartheta)\,, \tag{14}$$

wobei $P_n(\cos\vartheta)$ die Kugelfunktion ersten Grades und n-ter Ordnung bedeutet. Durch Reihenentwicklung nach Potenzen von $\varrho = R - R_0$ und ϑ findet man, daß das Potential durch die Randbedingungen bis zu Gliedern vierter Ordnung bestimmt ist. Auf Grund der Theorie der Kugelfunktionen [17] erhält man schließlich die gleichwertigen Lösungen[6])

$$\varphi(\varrho, \vartheta) = \varrho\left\{\Phi'(R_0)\left(1 - \frac{\varrho}{R_0}\right) + \frac{1}{4}\left(R_0^2\Phi'''(R_0) - 6\,\Phi'(R_0)\right)\left[\frac{2}{3}\frac{\varrho^2}{R_0^2}\left(1 - 2\frac{\varrho}{R_0}\right) - \vartheta^2\left(1 - \frac{\varrho}{R_0}\right)\right]\right\} \tag{15}$$

$$\varphi(\varrho, \vartheta) = E_0\,\varrho\left[\left(1 - \frac{\vartheta^2}{\vartheta_0^2}\right)\left(1 - \frac{\varrho}{R_0}\right) + \frac{2}{3}\frac{\varrho^2}{R_0^2\vartheta_0^2}\left(1 - 2\frac{\varrho}{R_0}\right)\right] \tag{15a}$$

mit

$$\vartheta_0^2 = \frac{4\,\Phi'(R_0)}{R_0^2\Phi'''(R_0) - 6\,\Phi'(R_0)} = \frac{4\,E_0}{R_0^2\Phi'''(R_0) - 6\,E_0}\,. \tag{16}$$

Die Gleichungen gelten unter der Voraussetzung $\vartheta_0^2 \ll 1$ und $\varrho \ll R_0$. Die Potentialfelder vor der ebenen Kathode und vor der Kugelkathode unterscheiden sich daher nicht wesentlich. Für $R_0 \to \infty$ lassen sie sich identisch ineinander überführen, wenn man gleichzeitig ϑ_0 so gegen Null gehen läßt, daß $R_0\vartheta_0 = r_0$ endlich bleibt. Der Einfluß der Kathodenkrümmung wirkt sich also dahingehend aus, daß das Potential vor der konvexen Kathode ($\varrho = R - R_0 > 0$) schwächer, vor der konkaven Kathode ($\varrho < 0$) stärker als vor der ebenen Kathode ansteigt, wenn man gleichen Wert des Parameters E_0 voraussetzt.

IV. Die Abhangigkeit der Kenngrößen des Kathodenfeldes von den Betriebsdaten des Strahlerzeugungssystems

Aus der Tatsache, daß das Kathodenfeld in erster Näherung von den beiden Konstanten E_0 und r_0 allein abhängt, kann man den Schluß ziehen, daß ein vorgegebenes Kathodenfeld durch die verschiedensten Systemkonstruktionen verwirklicht werden kann. Die nächste Aufgabe besteht nun darin, die Abhängigkeit dieser Bestimmungsstücke von den geometrischen und elektrischen Daten des Strahlerzeugungssystems zu ermitteln. Hierzu genügt es, den Verlauf des Achsenpotentials unmittelbar vor der Kathode zu kennen. Verzichtet man wieder auf die Berücksichtigung der Raumladung, so ist nach einem bekannten Satz der Elektrostatik das Potential linear von den Elektrodenladungen abhängig. Für das Achsenpotential kann man daher den Ansatz machen

$$\Phi(z) = q_1 F_1(z) + q_2 F_2(z)\,, \tag{17}$$

wenn mit q_1 die Ladung der Wehneltelektrode und mit q_2 die Anodenladung bezeichnet wird. Die Funktionen $F_1(z)$ und $F_2(z)$ enthalten die Abhängigkeit von der Elektrodenform bzw. der räumlichen Verteilung der Ladungen q_1 und q_2[7]). An Stelle der Ladungen kann man in Gleichung (17) auch die Elektrodenspannungen einführen. Diese sind ebenfalls linear mit den Ladungen verknüpft, und zwar gilt bei geerdeter Kathode

$$q_1 = C_{11} U_w - C_{12} U_a\,,$$
$$q_2 = -C_{21} U_w + C_{22} U_a\,.$$

Dabei bedeutet C_{11} die Kapazität der Wehneltelektrode gegen alle übrigen Elektroden, C_{22} dasselbe für die Anode, während $C_{12} = C_{21}$ die Teilkapazität zwischen Wehnelt und Anode darstellt.

q_1 verschwindet bei der Wehneltspannung

$$U_{w_1} = \frac{C_{12}}{C_{11}} U_a = h\,U_a\,, \tag{18}$$

die in praktisch vorkommenden Fällen vielfach bekannt ist oder aus dem Kapazitätsverhältnis h

6) Auf die Wiedergabe der in der Dissertation mitgeteilten Zwischenrechnung kann hier verzichtet werden.

7) Die Funktionen $F_1(z)$ und $F_2(z)$ sollen auch von der Verteilung der Influenzladungen auf der Kathode abhängen. Es erübrigt sich daher die gesonderte Berücksichtigung der Kathodenladung.

ermittelt werden kann. Schreibt man ferner q_2 in der Form

$$q_2 = C_{22} U_a \left(1 - \frac{C_{21}}{C_{22}} \frac{U_w}{U_a}\right),$$

so sieht man, daß der zweite Summand von q_2 vernachlässigt werden kann, wenn die Voraussetzung

$$\frac{C_{21}}{C_{22}} \left|\frac{U_w}{U_a}\right| \ll 1 \tag{19}$$

erfüllt ist. Dies ist aber bei der Braunschen Röhre im Bereich $U_{w_0} \leqq U_w \leqq U_{w_1}$ fast immer der Fall. Physikalisch bedeutet diese Vernachlässigung, daß die Spiegelladungen von q_1 an der Anode nicht berücksichtigt werden. Somit folgt für das Achsenpotential (17) nach Einsetzen von q_1 und q_2

$$\Phi(z) = -C_{11} F_1(z)(U_{w_1} - U_w) + C_{22} F_2(z) U_a. \tag{20}$$

Durch Differentiation erhält man hieraus die Feldstärke in der Kathodenmitte zu

$$E_0 = \Phi'(0) = -C_{11} F_1'(0)(U_{w_1} - U_w) + C_{22} F_2'(0) U_a.$$

E_0 verschwindet bei der Einsatzspannung U_{w_0}. Es besteht also die Beziehung

$$0 = -C_{11} F_1'(0)(U_{w_1} - U_{w_0}) + C_{22} F_2'(0) U_a, \tag{21}$$

die zur Elimination von $C_{11} F_1'(0)$ verwendet werden kann. Man erhält dann

$$\left.\begin{aligned} E_0 &= C_{22} F_2'(0) U_a \left(1 - \frac{U_{w_1} - U_w}{U_{w_1} - U_{w_0}}\right) \\ &= E_a \frac{U_w - U_{w_0}}{U_{w_1} - U_{w_0}}. \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Dabei bedeutet

$$E_a = C_{22} F_2'(0) U_a \tag{23}$$

die Feldstärke, die bei ungeladener Wehneltelektrode ($U_w = U_{w_1}$) in der Kathodenmitte herrscht. Ist z. B. die Wehneltelektrode ein Körper von verschwindend kleiner Eigenkapazität, etwa ein dünner, leitender Ring, so ist F_a praktisch gleich der Feldstärke, welche die Anode bei Abwesenheit der Wehneltelektrode auf der Kathode erzeugt. U_{w_1} ist in diesem Fall angenähert gleich dem Potential, das vom Anodenfeld am Ort der Wehneltelektrode hervorgerufen wird.

Die Gleichungen (21) und (23) gestatten eine weitere Umformung des Achsenpotentials (20), und zwar wird

$$\Phi(z) = E_a \left(-\frac{U_{w_1} - U_w}{U_{w_1} - U_{w_0}} \frac{F_1(z)}{F_1'(0)} + \frac{F_2(z)}{F_2'(0)}\right). \tag{24}$$

Nunmehr kann auch der Radius des emittierenden Gebietes als Funktion der Spannungen angegeben werden. Aus den Gleichungen (6), (22) und (24) erhält man für die ebene Kathode

$$r_0^2 = 4 \frac{\Phi'(0)}{\Phi'''(0)} = 4 \frac{U_w - U_{w_0}}{U_{w_1} - U_{w_0}} \left(-\frac{U_{w_1} - U_w}{U_{w_1} - U_{w_0}} \frac{F_1'''(0)}{F_1'(0)} + \frac{F_2'''(0)}{F_2'(0)}\right)^{-1}.$$

Diese Gleichung vereinfacht sich noch dadurch, daß der zweite Summand in der Klammer vernachlässigt werden kann. Denn in den meisten Fällen ist das von der Anode hervorgerufene Kathodenfeld weit besser homogen als das Feld der Wehneltelektrode, während der von der Wehneltspannung abhängige Faktor sicher nicht wesentlich von 1 verschieden ausfällt, wenn die Bedingung (10) erfüllt ist. Unter der Voraussetzung

$$\left|\frac{F_2'''(0)}{F_2'(0)}\right| \ll \left|\frac{F_1'''(0)}{F_1'(0)}\right| \cdot \frac{U_{w_1} - U_w}{U_{w_1} - U_{w_0}} \tag{25}$$

gilt folglich angenähert

$$r_0^2 = \frac{4 F_1'(0)}{-F_1'''(0)} \cdot \frac{U_w - U_{w_0}}{U_{w_1} - U_w}. \tag{26}$$

Die Formeln lassen sich durch Einführung des Begriffes der Steuerspannung etwas übersichtlicher schreiben. Zunächst kann man nach dem Beispiel der Verstärkerröhre [5, 7, 8] das Verhältnis

$$D = -\frac{U_{w_0}}{U_a} \tag{27}$$

als Durchgriff definieren. Als Steuerspannung bezeichnet man dann den Ausdruck

$$U_{st} = U_w - U_{w_0} = U_w + D U_a. \tag{28}$$

Führt man schließlich durch die Gleichung

$$z_a = \frac{U_a}{E_a} \tag{29}$$

den Abstand der Ersatzanode für homogenes Feld ein, so kann man statt Gleichung (22) unter Anwendung von Gleichung (18), (28) und (29) schreiben

$$\boxed{E_0 = \frac{U_{st}}{z_a (h + D)}} \tag{30}$$

und an Stelle von Gleichung (26) erhält man

$$r_0^2 = \frac{4 F_1'(0)}{-F_1'''(0)} \frac{U_{st}}{(h + D) U_a - U_{st}}. \tag{31}$$

Für die Größe $h + D$, die in diesen Formeln auftritt, gewinnt man aus Gleichung (21), (23) und (29) den Ausdruck

$$h + D = \frac{1}{C_{11} z_a F_1'(0)}. \tag{32}$$

h für sich allein ist dagegen durch Gleichung (18) gegeben. Auch die Ladungen q_1 und q_2 kann man durch die Steuerspannung und die Abkürzungen z_a, h und D ausdrücken. Durch Vergleich der Gleichungen (17) und (24) findet man mit Hilfe von Gleichung (18), (28) und (29)

$$q_1 = -\frac{U_a}{z_a F_1'(0)}\left(1 - \frac{U_{st}}{(h+D)\,U_a}\right) \tag{33}$$

und

$$q_2 = \frac{U_a}{z_a F_2'(0)}. \tag{34}$$

Bei kugelförmiger Kathode verläuft die Rechnung ganz ähnlich. Es ändern sich lediglich die Gleichungen, in denen die dritte Ableitung des Potentials vorkommt. Gleichung (31) ist z. B. wegen Gleichung (16) zu ersetzen durch

$$\vartheta_0^2 = \frac{4\,F_1'(0)}{6\,F_1'(0) - R_0^2 F_1'''(0)} \cdot \frac{U_{st}}{(h+D)\,U_a - U_{st}}. \tag{35}$$

An die Stelle der Ungleichung (25) tritt jetzt die Bedingung

$$\left.\begin{aligned} &\left|\frac{R_0^2 F_2'''(0)}{F_2'(0)} - 6\right| \ll \left|\frac{R_0^2 F_1'''(0)}{F_1'(0)} - 6\right| \\ &\cdot \frac{U_{w_1} - U_w}{U_{w_1} - U_{w_0}}. \end{aligned}\right\} \tag{36}$$

Der Inhalt der Gleichungen (31) und (35) läßt sich in eine einzige Gleichung zusammenfassen. Man kann nämlich den Radius des emittierenden Gebietes unter Einfügung eines an sich belanglosen Zahlenfaktors[8]) einer Systemabmessung, etwa dem Radius r_1 der Wehneltbohrung proportional setzen, so daß der Proportionalitätsfaktor g eine dimensionslose Zahl wird. Man erhält dann

$$\boxed{r_0^2 = R_0^2 \vartheta_0^2 = \frac{4}{9} r_1^2 g^2 \frac{U_{st}}{(h+D)\,U_a - U_{st}}} \tag{37}$$

Die Umkehrung dieser Gleichung,

$$U_{st} = (h+D)\,U_a \frac{9\,r_0^2}{4\,r_1^2 g^2 + 9\,r_0^2}, \tag{37a}$$

gibt an, welche Steuerspannung zu einer bestimmten Größe des emittierenden Gebiets gehört. Für den Formfaktor g ergibt sich bei ebener Kathode

$$g^2 = \frac{9\,F_1'(0)}{r_1^2\left(-F_1'''(0)\right)} \tag{38}$$

und bei kugelförmiger Kathode

$$g^2 = \frac{9\,K_0^2}{r_1^2} \frac{F_1'(0)}{6\,F_1'(0) - R_0^2 F_1'''(0)}. \tag{39}$$

8) Der Zahlenfaktor ist so gewählt, daß für sehr geringen Wehneltabstand angenähert $g^2 = 1$ wird. Vgl. das Beispiel des folgenden Abschnittes.

Die Formeln bringen zum Ausdruck, daß das Kathodenfeld wesentlich durch die Steuerspannung bestimmt ist. Die Feldstärke E_0 ist der Steuerspannung unmittelbar proportional, während für kleine U_{st} der Radius r_0 proportional zu $\sqrt{U_{st}}$ ist. Eliminiert man U_{st} aus Gleichung (30) und (37), so gewinnt man eine Beziehung zwischen r_0 und E_0. Diese lautet

$$r_0^2 = \frac{4}{9} r_1^2 g^2 \frac{E_0}{E_a - E_0}. \tag{40}$$

Die in diesem Abschnitt abgeleiteten Beziehungen haben einen verschieden großen Geltungsbereich. Erstens ist die Bedingung (19) zu beachten, die auch durch die schärfere Bedingung

$$h \ll 1, \quad D \ll 1 \tag{41}$$

ersetzt werden kann. Zweitens unterliegt r_0^2 außerdem der Einschränkung (10), welche aus den gleichen Gründen wie bei Gleichung (26) durch die Ableitungen von $F_1(z)$ allein ausgedrückt werden kann. Die Gleichung (37) gilt also für

$$r_0^2 \ll \left|\frac{16\,F_1'''(0)}{F_1^{(V)}(0)}\right|. \tag{42}$$

Durch diese Bedingung werden die zulässigen Werte von U_w nach oben begrenzt. In vielen Fällen kann man statt dessen mit der Ungleichung

$$U_{st} \ll (h+D)\,U_a \tag{42a}$$

rechnen, wie im folgenden Abschnitt an einem Beispiel gezeigt wird.

V. Modellmäßige Behandlung des Strahlerzeugungssystems

Aussicht auf eine quantitative Berechnung der geometrischen Kenngrößen des Strahlerzeugungssystems besteht bei den Anordnungen, wo die Verteilung der Ladungen auf den Leitern angegeben werden kann. Nach einem Vorschlag von Waldmann [18] stellt man daher zweckmäßig die Wehneltelektrode als leitenden Kreisring von verschwindend geringer Stärke dar. Wie schon erwähnt, kann dann die durch die Anwesenheit der Ringelektrode hervorgerufene Störung des Anodenfeldes vernachlässigt werden. Die Anode wird zweckmäßig als leitende Ebene dargestellt und der Einfluß der Anodenbohrung nachträglich berücksichtigt. Obwohl dieses Bild die praktisch vorkommenden Verhältnisse nur in grober Annäherung wiedergibt, kann man aus den Formeln doch wesentliche Eigenschaften des Erzeugungssystems entnehmen. Die Rechnung wird wieder für die ebene und für die kugelförmige Kathode getrennt durchgeführt.

a) Ebene Kathode (Fig. 3). Das Anodenfeld ist homogen. Nach dem Spiegelungsprinzip der Elektrostatik wird der Anwesenheit der leitenden Ebenen durch die Hinzufügung ringförmig verteilter Spiegelladungen Rechnung getragen [20]. Mit Rücksicht auf die Bedingung (19) soll die Voraussetzung $z_1 \ll z_2$, $r_1 \ll z_2$ gelten (vgl. Fig. 3).

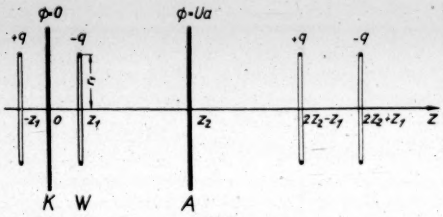


Fig. 3. Modell eines Strahlerzeugungssystems mit ebener Kathode.

Das Feld der beiden Spiegelladungen jenseits der Anode kann unter dieser Voraussetzung vernachlässigt werden. Ihr Einfluß macht sich nur geringfügig in der Nähe der Anode bemerkbar, und das Kathodenfeld wird hierdurch praktisch nicht gestört. Das Achsenpotential setzt sich additiv zusammen aus dem Potential der Ringelektrode mit der Ladung $q_1 = -q$ im Abstand z_1 von der Kathode, dem Potential der Spiegelladung $-q$ im Abstand $-z_1$ von der Kathode und dem Potential $q_2 F_2(z) = E_a z$ des Anodenfeldes. Für das Achsenpotential ergibt sich hiernach der Ausdruck

$$\Phi(z) = -q\left[\frac{1}{\sqrt{r_1^2+(z_1-z)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_1^2+(z_1+z)^2}}\right] + E_a z\,. \tag{43}$$

Durch Vergleich mit dem Ansatz (17) folgt mit der Abkürzung $\zeta_1 = \frac{z_1}{r_1}$

$$F_1(z) = \frac{1}{\sqrt{r_1^2+(z_1-z)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_1^2+(z_1+z)^2}}, \qquad F_2(z) = \frac{E_a}{q_2} z\,,$$

$$F_1'(0) = \frac{2\zeta_1}{r_1^2\sqrt{1+\zeta_1^2}^3}, \qquad F_2'(0) = \frac{E_a}{q_2},$$

$$F_1'''(0) = -\frac{18\zeta_1(1-\frac{2}{3}\zeta_1^2)}{r_1^4\sqrt{1-\zeta_1^2}^7}, \qquad F_2'''(0) = 0\,.$$

Da sich $F_2'''(0) = 0$ ergibt, ist die Bedingung (25) sicher erfüllt und Gleichung (38) kann zur Berechnung von g^2 herangezogen werden. Man erhält

$$g^2 = \frac{(1+\zeta_1^2)^2}{1-\frac{2}{3}\zeta_1^2}. \tag{44}$$

Die Größe h ergibt sich aus dem Potential U_{w_1} des Anodenfeldes am Ort der Wehneltelektrode zu

$$h = \frac{U_{w_1}}{U_a} = \frac{z_1}{z_2}. \tag{45}$$

Schwieriger ist der Durchgriff zu berechnen. Nach Gleichung (32) wird zunächst die Kapazität C_{11} der Wehneltelektrode gegen alle übrigen Elektroden benötigt. Diese ist doppelt so groß wie die Kapazität eines Ringes gegen seinen Spiegelring jenseits der Kathodenfläche. Um für die Kapazität einen endlichen Wert zu erhalten, soll der Ring die endliche Stärke $2b \ll 2r_1$ erhalten. Faßt man in erster Näherung den gegebenen Ring und seinen Spiegelring als Doppelleitung vom Abstand $2z_1$ und der Länge $2\pi r_1$ auf, so erhält man nach einer bekannten Formel als Kapazität der Anordnung

$$C_{11} = \frac{\pi r_1}{\ln\frac{2z_1}{b}}. \tag{46}$$

Gemäß ihrer Ableitung sollte Gleichung (46) nur für $z_1 \ll r_1$ gelten. Tatsächlich ist aber der Geltungsbereich größer. Wie hier ohne Beweis mitgeteilt sei, führt nämlich die strenge Behandlung des Problems zu der Formel

$$C_{11} = \frac{\pi r_1}{\ln\frac{8r_1}{b} - \frac{1}{\sqrt{1+\zeta_1^2}} K\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{\sqrt{1+\zeta_1^2}}\right)}, \tag{47}$$

in der K das vollständige elliptische Integral erster Gattung bedeutet. Man kann nun zeigen, daß die Näherungsformel (46) mit höchstens 3 Proz. Fehler bis $\zeta_1^2 = 1{,}5$ gilt, sofern $z_1 > 5b$ ist. Da größere Werte für ζ_1^2 nicht in Betracht kommen, dürfte die Genauigkeit der Gleichung

(46) ausreichend sein. Wegen $z_a = z_2$ ergibt sich jetzt zufolge Gleichung (32) und (45)

$$D = \frac{r_1^2\sqrt{1+\zeta_1^2}}{2\pi z_1 z_2}\ln\frac{2z_1}{b} - \frac{z_1}{z_2}. \qquad (48)$$

Wie man sieht, ist die Bedingung $r_1 \ll z_2$ Voraussetzung für die Erzielung eines kleinen Durchgriffs.

Mit den so berechneten Werten für h, D und g läßt sich jetzt der Einfluß der Elektrodenabmessungen auf die Kenngrößen des Kathodenfeldes übersehen. Setzt man Gleichung (44) und (45) in die Grundgleichungen (30) und (37) ein, so wird

$$E_0 = \frac{U_{st}}{z_1 + Dz_2}, \qquad (49)$$

$$r_0^2 = \frac{4}{9} r_1^2 \frac{(1+\zeta_1^2)^2}{1 - \frac{2}{3}\zeta_1^2} \cdot \frac{U_{st}}{\left(\frac{z_1}{z_2} + D\right)U_a - U_{st}}. \qquad (50)$$

Gleichung (49) besagt, daß sich in bezug auf E_0 das gegebene Röhrensystem so verhält wie ein ebenes Zweipolersatzsystem mit dem Elektrodenabstand $z_1 + Dz_2$ und der Spannung U_{st}. Aus Gleichung (50) folgt, daß ein kreisförmiges Emissionsgebiet nur für $\zeta_1^2 < 1{,}5$, d. h. für kleine Abstände der Wehneltelektrode, entsteht. Nach Gleichung (44) ist $g^2 \geqq 1$ für $\zeta_1^2 < 1{,}5$, und zwar wird der Kleinstwert für $\zeta_1 = 0$ erreicht.

Bei der Anwendung von Gleichung (50) ist auf die Bedingung (42) Rücksicht zu nehmen, die nach Ausrechnung von $F_1^{(\nu)}(0)$ in der Form

$$r_0^2 \ll 0{,}645\, r_1^2 \cdot \left|\frac{(1 - \frac{2}{3}\zeta_1^2)(1+\zeta_1^2)^2}{1 - 2{,}70\,\zeta_1^2 + 0{,}538\,\zeta_1^4}\right| \qquad (51)$$

geschrieben werden kann. Für $\zeta_1 = 0{,}64$ hat der Nenner von Gleichung (51) eine Nullstelle. Bei diesem Wert ist also der Einfluß der Glieder fünfter Ordnung besonders klein. Im Mittel genügt im Intervall $0 \leqq \zeta_1 \leqq 1$ die vereinfachte Formel

$$r_0^2 \ll r_1^2, \qquad (52)$$

die wegen Gleichung (37) für U_{st} die Bedingung liefert

$$U_{st} \ll \frac{\left(\frac{z_1}{z_2} + D\right)U_a}{1 + \frac{4}{9}g^2}. \qquad (53)$$

Für nicht zu große Werte von g folgt hieraus die vereinfachte Bedingung (42a). Nähert sich ζ_1^2 dem Wert 1,5, so macht sich der Einfluß der fünften Ableitung auf r_0^2 stark bemerkbar. Gleichung (50) trifft also für $\zeta_1^2 \approx 1{,}5$ nicht mehr zu.

Es lohnt sich, den Verlauf des Achsenpotentials (43) näher zu untersuchen. Hierzu ist es notwendig, $q_1 = -q$ durch einen passenden Ausdruck zu ersetzen. Mit Hilfe des oben berechneten Wertes für $F_1'(0)$ folgt aus Gleichung (33)

$$q = U_a \frac{r_1^3}{2 z_1 z_2}\sqrt{1+\zeta_1^2}^3\left(1 - \frac{U_{st}}{(h+D)U_a}\right)$$

und weiter nach Gleichung (37a)

$$q = U_a \frac{r_1^3\sqrt{1+\zeta_1^2}^3}{2 z_1 z_2\left(1 + \frac{9}{4}\frac{r_0^2}{r_1^2 g^2}\right)}.$$

Setzt man diesen Wert in Gleichung (43) ein, so erhält man das Achsenpotential als Funktion der Systemabmessungen und der Größe des emittierenden Gebiets in der Gestalt

$$\frac{\Phi(z)}{U_a} = -\frac{r_1^3\sqrt{1+\zeta_1^2}^3}{2 z_1 z_2\left(1 + \frac{9}{4}\frac{r_0^2}{r_1^2 g^2}\right)}\left[\frac{1}{\sqrt{r_1^2 + (z-z_1)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_1^2 + (z+z_1)^2}}\right] + \frac{z}{z_2}. \qquad (54)$$

Fig. 4 stellt den Potentialverlauf für $r_0 = 0$ in Abhängigkeit vom Wehneltabstand z_1 dar. Die Systemabmessungen sind $r_1 = 1{,}5$ und $z_2 = 10$. Für $z_1 = 0$ ist das Feld homogen. Mit zunehmendem z_1 wird der Anfangsteil der Kurve mehr und mehr gekrümmt. Für $z_1 > 1{,}83$, das heißt $\zeta_1^2 > 1{,}5$, entsteht vor der Kathode ein Potentialminimum. Unter den gleichen Bedingungen wird, wie beschrieben, g^2 negativ und r_0^2 imaginär. Man erkennt also schon aus dem Potentialverlauf, daß die Strahlbildung nur für $\zeta_1^2 < 1{,}5$ möglich ist. Die unterbrochenen Linien in Fig. 4 sollen andeuten, daß das Potential in grober Annäherung als gerade Linie oder leicht gekrümmte Kurve dargestellt werden kann, die von dem Punkt $z = z_1$ ausgeht

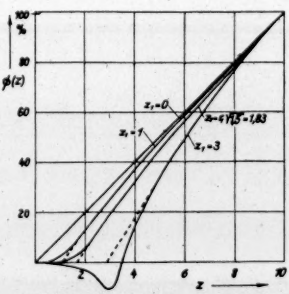


Fig. 4. Das Potential auf der Achse für $U_{st} = 0$ bei verschiedenen Wehneltabständen z_1.

Die Abhängigkeit des Potentials von der Größe des emittierenden Gebietes ist aus Fig. 5 zu ersehen ($r_1 = 1{,}5$; $z_1 = 1{,}0$; $z_2 = 10$). Gewählt sind die Werte $r_0^2 = 0$, $r_0^2 = 0{,}05\, r_1^2$, $r_0^2 = 0{,}1\, r_1^2$ (Kurven 1, 2 und 3). Man erkennt, daß die

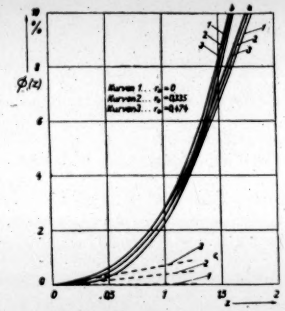


Fig. 5. Der Einfluß der Größe des emittierenden Gebietes auf den Verlauf des Achsenpotentials [a = Potential (54), b = Näherungslösung (8a) für $r = 0$, c = Anfangstangenten der Kurven a und b].

Näherungslösung (8a) mindestens bis $z = z_1 = 1{,}0$ brauchbar ist. Das Vorhandensein eines emittierenden Gebietes wirkt sich dahingehend aus, daß die Potentialkurve mit endlicher Tangente in die Kathode einmündet und dabei insgesamt etwas angehoben wird.

Die Anode war bisher als leitende Ebene gedacht, die z. B. durch ein feinmaschiges Netz verwirklicht werden könnte. Aus elektronenoptischen Gründen wird sie aber vielfach als Lochscheibe ausgeführt. Es interessiert daher die Rückwirkung der Anodenbohrung auf das Kathodenfeld. Nun kennt man den Potentialverlauf in der Umgebung einer Lochscheibe, wenn das Feld in großer Entfernung von der Lochscheibe homogen ist [19]. Ist insbesondere in großer Entfernung auf der einen Seite die Feldstärke E_1 vorhanden, desgleichen auf der anderen Seite die Feldstärke Null, und befindet sich die Blende selbst auf dem Potential Null, so ist der Verlauf des Achsenpotentials auf der Seite mit der Feldstärke E_1 gegeben durch

$$\Phi(\bar{z}) = E_1 z - \frac{E_1 r_2}{\pi} \cdot \left(\frac{\bar{z}}{r_2} \operatorname{arctg} \frac{r_2}{\bar{z}} - 1 \right). \qquad (55)$$

In dieser Gleichung bedeutet r_2 den Radius des Blendenloches und $\bar{z}$ die Koordinate auf der Blendenachse mit dem Nullpunkt am Ort der Blende. Durch Differentiation folgt hieraus die Achsenfeldstärke

$$E = E_1 \cdot \left[1 - \frac{1}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{r_2}{\bar{z}} - \frac{r_2 \bar{z}}{r_2^2 + \bar{z}^2} \right) \right]. \qquad (56)$$

Für $\bar{z} = 2\, r_2$ liefert diese Gleichung den Wert $E = 0{,}98\, E_1$. Die von dem Blendenloch herrührende Zusatzfeldstärke ist mithin auf einer Strecke gleich dem Blendendurchmesser nur noch etwa gleich 2 Proz. der Feldstärke des homogenen Feldes. Die Anwendung vorstehender Beziehung auf das Kathodenfeld bringt infolge der Anwesenheit der übrigen Elektroden einen Fehler mit sich, der aber für $r_2 < z_2$ sicher nicht erheblich ist. Man berücksichtigt diesen Einfluß am besten dadurch, daß man in den bisher abgeleiteten Formeln z_2 durch den verbesserten Wert

$$(z_2)_{\text{korr}} = z_2 \cdot \left[1 - \frac{1}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{r_2}{z_2} - \frac{r_2 z_2}{r_2^2 + z_2^2} \right) \right]^{-1} \qquad (57)$$

ersetzt. Nach dem Vorhergehenden ist die Verbesserung für $r_2 < 0{,}5\, z_2$ so geringfügig, daß sie vernachlässigt werden kann.

b) Kugelförmige Kathode (Fig. 6). Das System besteht aus der Kathodenkugel (Potential $\Phi = 0$), der ringförmigen Wehneltelektrode mit der Ladung $q_1 = -q$ und der ebenen Anode (Potential $\Phi = U_a$). Jenseits der Anode und im Innern der Kathodenkugel erzeugt die Wehneltladung wieder ringförmig verteilte Spiegelladungen. Für die Spiegelung an einer leitenden Kugel gilt nun folgender Satz [20]: „Ist q eine

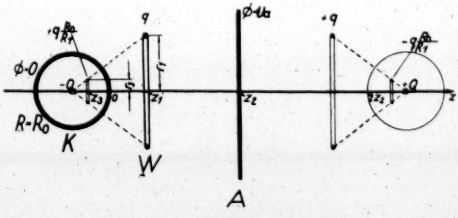


Fig. 6. Modell eines Strahlerzeugungssystems mit Kugelkathode.

Ladung außerhalb einer leitenden Kugel vom Radius R_0 im Abstand R_1 vom Kugelmittelpunkt, so erzeugt diese in einem Punkt der Kugeloberfläche das gleiche Potential wie die Ladung $q \frac{R_0}{R_1}$ im Innern der Kugel, wenn diese zu q invers liegt und den Zentralabstand $\frac{R_0^2}{R_1}$ besitzt." Wendet man diesen Satz auf den Wehneltring an, so findet man im Innern der Kathoden-

kugel einen Spiegelring mit den Koordinaten (vgl. Fig. 6)

$$z_3 = -R_0\left(1 - \frac{R_0(R_0+z_1)}{R_1^2}\right),\quad r_3 = r_1\frac{R_0^2}{R_1^2}, \tag{58}$$

wobei

$$R_1 = \sqrt{r_1^2 + (z_1+R_0)^2} \tag{59}$$

gleich dem Abstand des Wehneltringes vom Kugelmittelpunkt ist. In der Kathodenkugel gibt es noch weitere Spiegelringe, z. B. spiegeln sich die rechts der Anode befindlichen Spiegelladungen des Wehneltringes ebenfalls in der Kathode. Um diese Mehrfachspiegelungen vernachlässigen zu können, wird $R_0 \ll r_1 \ll z_2$ und $z_1 \ll z_2$ vorausgesetzt. Bei dieser Näherung kann man die Ladung $-Q$ zur Erzeugung des Anodenfeldes im Mittelpunkt der Kathodenkugel anbringen und Größen der Ordnung $\frac{R_0}{z_2}$ von vornherein vernachlässigen. Zusammen mit der Spiegelladung $+Q$ jenseits der Anode entsteht freilich nicht auf der Kathode, sondern auf der Anode das Potential Null. Um am Ort der Kathode das Nullpotential zu erhalten, muß die ganze Anordnung noch auf das Potential

$$\frac{Q}{R_0} = U_a \tag{60}$$

aufgeladen werden. Insgesamt ergibt sich, wenn man wieder die rechts der Anode befindlichen Spiegelladungen des Wehneltringes nicht berücksichtigt, der Potentialansatz

$$\Phi(z) = -q\left[\frac{1}{\sqrt{r_1^2+(z_1-z)^2}} - \frac{R_0}{R_1\sqrt{r_3^2+(z_3-z)^2}}\right] + Q\left[\frac{1}{2z_2-z} - \frac{1}{R_0+z} + \frac{1}{R_0}\right]. \tag{61}$$

Durch Vergleich mit dem Ansatz (17) findet man wieder

$$F_1(z) = \frac{1}{\sqrt{r_1^2+(z_1-z)^2}} - \frac{R_0}{R_1\sqrt{r_3^2+(z_3-z)^2}},\quad F_2(z) = \frac{1}{2z_2-z} + \frac{z}{R_0(R_0+z)}$$

und hieraus durch Reihenentwicklung von r_3, z_3 und R_1 für kleine R_0

$$F_1'(0) = \frac{1}{R_0 r_1\sqrt{1+\zeta_1^2}}\left[1 + \frac{R_0}{r_1(1+\zeta_1^2)}\left(2\zeta_1 + \frac{3}{2}\frac{R_0}{r_1}\frac{\zeta_1^2}{1+\zeta_1^2}\right)\right],\quad F_2'(0) = \frac{1}{R_0^2},$$

$$F_1'''(0) = \frac{6}{R_0^3 r_1\sqrt{1+\zeta_1^2}}\left[1 + \frac{R_0}{r_1(1+\zeta_1^2)}\left(3\zeta_1 + \frac{R_0}{2r_1}\frac{7\zeta_1^2-3}{1+\zeta_1^2}\right)\right],\quad F_2'''(0) = \frac{6}{R_0^4}.$$

Vorstehende Ausdrücke genügen der Bedingung (36), denn man hat

$$\frac{R_0^2 F_2'''(0)}{F_2'(0)} - 6 = 0.$$

Die vereinfachte Gleichung (39) ist also anwendbar und liefert für den Formfaktor den Wert

$$g^2 = \frac{1+\zeta_1^2}{1 - \frac{3}{2}\frac{\zeta_1^2}{1+\zeta_1^2} - \frac{2}{3}\frac{z_1}{R_0}}. \tag{62}$$

Da g^2 nicht negativ werden darf, wenn ein kreisförmiges Emissionsgebiet entstehen soll, darf der Abstand z_1 zwischen Wehneltelektrode und Kathode höchstens gleich etwa $\frac{3}{2}\cdot R_0$ sein, negative Werte für z_1 sind dagegen erlaubt[9]). Die Kugelkathode wird man daher ungefähr in der Ebene der Wehneltelektrode anordnen.

Die Spannung U_{w_1} ist gleich dem Potential, das von den Ladungen $-Q$ und $+Q$ am Ort der Ringelektrode erzeugt wird, vermehrt um das Anodenpotential. Wegen Gleichung (60) und der Voraussetzung $R_0 \ll r_1$ wird

$$U_{w_1} = \frac{Q}{R_0} - \frac{Q}{R_1} \approx \frac{Q}{R_0} \approx U_a,$$

daraus folgt $h \approx 1$. Bei der Berechnung des Durchgriffes braucht nur die Eigenkapazität des Wehneltringes berücksichtigt zu werden, da die Spiegelladung im Kathodeninnern nur wenig Einfluß auf das Ringpotential hat. Die Rechnung führt wieder auf den Ausdruck (47), wobei $K = 0$ zu setzen ist. Also hat man

$$C_{11} = \frac{\pi r_1}{\ln\frac{8r_1}{b}} \tag{63}$$

und hieraus nach Gleichung (32) mit $h = 1$

$$D = \frac{\sqrt{1+\zeta_1^2}}{\pi}\ln\frac{8r_1}{b} - 1. \tag{64}$$

9) Auch bei Verstärkerröhren hat man versucht, die Kathode zwischen Gitter und Anode anzuordnen (vgl. [7]).

Beachtet man noch, daß wegen Gleichung (60)

$$z_a = \frac{U_a}{E_a} = \frac{Q R_0^2}{R_0 Q} = R_0$$

ist, so sind alle in die Gleichungen (30) und (37) eingehenden Größen bekannt. Für die Kugelkathode gilt also

$$E_0 = \frac{U_{st}}{R_0} \cdot \frac{1}{1+D} \tag{65}$$

$$R_0^2 \delta_\sigma^2 = \tfrac{4}{9} r_1^2 \frac{1+\zeta_1^2}{1-\frac{4}{3}\zeta_1^2 - \frac{2}{3}\frac{z_1}{R_0}} \frac{U_{st}}{(1+D)\,U_a - U_{st}} \cdot \tag{66}$$

Vergleicht man diese Beziehungen mit den entsprechenden Beziehungen (49) und (50) für die ebene Kathode, so erkennt man, daß — bezogen auf gleiche Werte von z_2, D und g — mit der Kugelkathode ein größerer Wert von E_0 und ein kleinerer Wert von r_0 als mit der ebenen Kathode erreicht wird. Auf dieses Ergebnis wird noch näher eingegangen. Interessant ist schließlich die Feststellung, daß bei der Kugelkathode der Anodenabstand z_2 praktisch ohne Einfluß auf die Kenngrößen des Kathodenfeldes ist.

VI. Die Elektronenbahnen im Kathodenfeld

Nach den Ausführungen im dritten Abschnitt ist der Maßstab des Feldbildes vor der Kathode in erster Näherung durch den Radius des emittierenden Gebietes bestimmt. Das gleiche gilt für die Bahnen der Strahlelektronen, wenn man wiederum die Raumladung vernachlässigt. Obwohl sich gerade in der Nähe der Kathode die abstoßenden Kräfte zwischen den Elektronen besonders stark bemerkbar machen, hat es Sinn, vom rein elektrostatischen Feld auszugehen. Die so gewonnenen Werte des Strahlquerschnittes sind als Mindestwerte anzusehen und entsprechen etwa den Verhältnissen bei unterheizter Kathode. Wie eingangs erwähnt wurde, ist der Strahlöffnungswinkel nur wenig von der Kathodenheizung abhängig. Man kann daraus schließen, daß die Bahnkurven durch die Raumladung nicht wesentlich beeinflußt werden. Auch zeigt eine theoretische Abschätzung, daß im allgemeinen der Strahldurchmesser an seiner engsten Stelle vor der Kathode weniger stark von der Raumladung abhängt als der Leuchtfleckdurchmesser [42].

Es empfiehlt sich, ähnlich wie in der Theorie der Verstärkerröhre, zunächst den Fall verschwindender Anfangsgeschwindigkeit zu behandeln. Wir beschränken uns ferner auf die ebene Kathode, untersuchen also die Elektronenbewegung im Potentialfeld (8a). Ausgehend von den Bewegungsgleichungen

$$m\ddot{r} = e\frac{\partial \varphi}{\partial r} = -eE_0 \frac{2rz}{r_0^2}, \tag{67}$$

$$m\ddot{z} = e\frac{\partial \varphi}{\partial z} = eE_0\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} + 2\frac{z^2}{r_0^2}\right) \tag{67a}$$

gelangt man zu einer einzigen Differentialgleichung für die Bahnkurve $r = r(z)$, wenn man die zeitlichen Differentialquotienten durch die Differentialquotienten der Bahnkurve ersetzt. Mit Hilfe der identischen Gleichungen

$$\ddot{r} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dr}{dz}\dot{z}\right) = \frac{d^2r}{dz^2}\dot{z}^2 + \frac{dr}{dz}\ddot{z},$$

$$\ddot{z} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\frac{dr}{dz}}\dot{r}\right) = -\frac{1}{\left(\frac{dr}{dz}\right)^3}\frac{d^2r}{dz^2}\dot{r}^2 + \frac{1}{\frac{dr}{dz}}\ddot{r}$$

eliminiert man zunächst $\ddot{r}$ und $\ddot{z}$ aus den Bewegungsgleichungen (67) und (67a) und dann mit Hilfe des Energiesatzes

$$\frac{m}{2}(\dot{r}^2 + \dot{z}^2) = e\varphi = eE_0 z\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} + \frac{2}{3}\frac{z^2}{r_0^2}\right)$$

die noch verbliebenen ersten Differentialquotienten nach der Zeit. Man erhält so als Differentialgleichung der Bahnkurve

$$2\frac{d^2r}{dz^2}\cdot\left[(r_0^2 - r^2)z + \frac{2}{3}z^3\right] + \frac{dr}{dz}(r_0^2 - r^2 + 2z^2) + 2\left(\frac{dr}{dz}\right)^2 rz + \left(\frac{dr}{dz}\right)^3(r_0^2 - r^2 + 2z^2) + 2rz = 0.$$

Da die Differentialgleichung auf elementarem Wege nicht lösbar ist, wurde eine Lösung durch Potenzreihenansatz versucht. Die für $z^2 \ll r_0^2$ gültige Entwicklung hat die Form

$$\left.\begin{aligned}\frac{r}{r'} = 1 - \frac{1}{3}v\left(\frac{z}{r_0}\right)^2 \\ + 0{,}1031\,v^2(1 + 0{,}256\,uv)\left(\frac{z}{r_0}\right)^4\end{aligned}\right\} \tag{68}$$

mit den Abkürzungen

$$u = \frac{r'^2}{r_0^2}, \qquad v = \frac{1}{1-u}. \tag{68a}$$

Hierbei sind mit $r = r'$, $z = 0$ die Koordinaten des Anfangspunktes der Elektronenbahn bezeichnet. Fig. 7 zeigt die so gewonnenen Bahnkurven, die unter Benutzung einer zeichnerischen Methode auf der Grundlage des elektronenoptischen Brechungsgesetzes [21] über den Geltungsbereich von Gleichung (68) fortgesetzt sind.

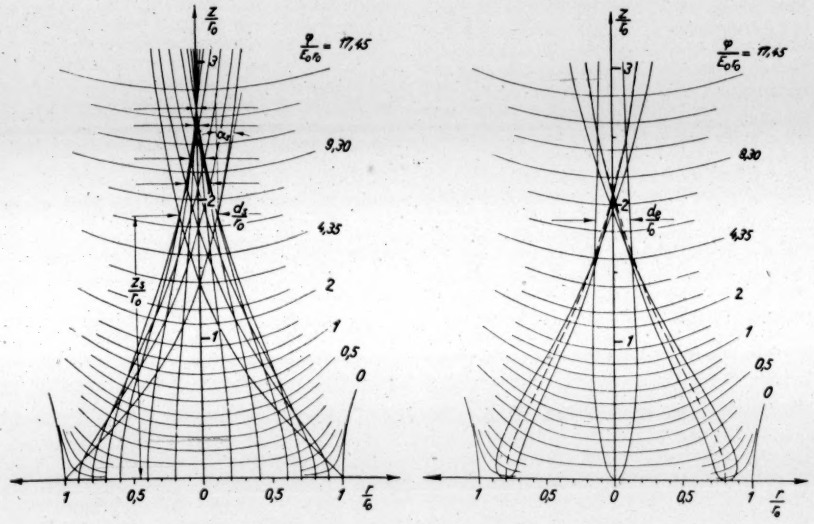


Fig. 7. Verlauf der Elektronenbahnen im Kathodenfeld. a) Anfangsgeschwindigkeit Null; b) Tangential gerichtete Anfangsgeschwindigkeit.

Man entnimmt der Darstellung folgende Eigenschaften der Bahnkurven:

1. In Übereinstimmung mit dem Experiment (vgl. Fig. 1) durchläuft der Strahlquerschnitt in Abhängigkeit von der z-Koordinate ein Minimum.
2. Die Elektronenbahnen sind ebenso wie die Feldgeometrie nur von r_0 abhängig. Die Bahnen schneiden sich unabhängig von r_0 stets unter dem gleichen Winkel.
3. Die inneren Elektronenbahnen schneiden sich in größerer Entfernung von der Kathode als die Bahnen der Randelektronen. Das Feld vor der Kathode ist mit einem starken sphärischen Fehler behaftet.
4. Der engste Strahlquerschnitt d_s (in Fig. 7a durch Pfeile gekennzeichnet), der für die elektronenoptische Abbildung auf den Schirm der Braunschen Röhre in Betracht kommt, läßt sich durch Ausblendung der Randstrahlen verkleinern. Doch führt die Ausblendung der Strahlen mit dem Anfangspunkt $r' < 0{,}6\, r_0$ praktisch nicht zu einer weiteren Querschnittsverringerung.

Die Linsenfehler des Beschleunigungsfeldes sind also eine Ursache dafür, daß der Strahlquerschnitt auch an seiner engsten Stelle von Null verschieden ist. Andererseits ist durch die Arbeiten von Law [22] und Dosse [4] erwiesen, daß der engste Strahlquerschnitt wesentlich durch die Temperaturgeschwindigkeit der Glühelektronen bestimmt ist. Um diesen Einfluß zu erfassen, soll jetzt die Voraussetzung verschwindender Anfangsgeschwindigkeit fallen gelassen werden. Die größte Strahlverbreiterung dürfte von denjenigen Elektronen herrühren, die die Kathode tangential verlassen. Wir versuchen demgemäß die Bewegungsgleichungen (67) und (67a) mit den Anfangsbedingungen (U_0 = Voltgeschwindigkeit der Glühelektronen)

$$t = 0\,, \quad \dot{r} = \sqrt{\frac{2\,e\,U_0}{m}}\,, \quad \dot{z} = 0$$

zu integrieren. Vernachlässigt man in Gleichung (67a) den Summanden $2\frac{z^2}{r_0^2}$ und setzt man näherungsweise $r = r' = \text{const}$, so ist die Integration elementar durchführbar und ergibt

$$r = r'\left(1 - \frac{1}{3}\,v\,\frac{z^2}{r_0^2}\right) + 2\,r_0\sqrt{\frac{U_0}{E_0\,r_0}}\cdot\sqrt{v\,\frac{z}{r_0}}\,. \qquad (69)$$

Der erste Summand stimmt mit den beiden ersten Gliedern der Reihe (68) überein, v ist durch Gleichung (68a) definiert. Die zugehörigen

Bahnkurven sind in Fig. 7b für $\sqrt{U_0} = 0{,}1 \cdot \sqrt{E_0 r_0}$ und die beiden Anfangspunkte $r' = 0$ und $r' = 0{,}8\, r_0$ wiedergegeben, wobei außerhalb des Geltungsbereiches von Gleichung (69) wieder die zeichnerische Methode angewendet wurde. Man entnimmt der Darstellung, daß die Brechkraft des Feldes nicht ausreicht, um die von $r' = 0$ ausgehenden Bahnkurven in unmittelbarer Nähe der Kathode zum Schnitt zu bringen. Wesentlich stärker brechend wirkt das Feld auf die vom Rand des Emissionsbereiches ausgehenden Elementarbündel, eine Folge des sphärischen Fehlers des Kathodenfeldes. Von besonderer Bedeutung ist der Abstand d_s (Fig. 7b), den die beiden von $r' = 0$ ausgehenden Bahnkurven am Ort des Querschnittes d_s (Fig. 7a) haben.

Es entsteht die Frage, wie sich der resultierende, engste Strahlquerschnitt aus d_e und d_s zusammensetzt. Die bisher durchgeführten Bahnbestimmungen reichen noch nicht aus, um diese Frage erschöpfend zu behandeln. Doch dürfte folgende Überlegung angenähert zutreffen. Nach dem experimentellen Befund erwartet man, daß $d_e > d_s$ ist. Durch Vergleich der Figuren 7a und 7b findet man, daß in diesem Fall der engste Strahlquerschnitt im wesentlichen gleich d_e sein wird. Für $d_e < d_s$ ist dagegen d_s die maßgebende Größe und der Strahlquerschnitt praktisch gleich d_s, also unabhängig von der Kathodentemperatur. Eine Entscheidung zwischen diesen beiden Möglichkeiten gelingt, wenn man d_e und d_s als Funktion der Betriebsspannungen und der Systemparameter darstellt. Die Beziehung des engsten Strahldurchmessers zu den Kenngrößen E_0 und r_0 kann man dem Strahlengang in Fig. 7 entnehmen, und zwar gilt mit schätzungsweise 10 Proz. Genauigkeit

$$\left.\begin{aligned} d_s &= 0{,}27_5\, r_0\,; \quad d_e = 2{,}5\, r_0 \cdot \sqrt{\frac{U_0}{E_0 r_0}}\,; \\ \frac{z_s}{r_0} &= 1{,}9\,; \quad 2\,\alpha_s = 38{,}5^\circ. \end{aligned}\right\} \tag{70}$$

Wendet man die Gleichungen (30) und (37) auf d_s und d_e an, so folgt der gesuchte Zusammenhang

$$d_s = 0{,}18\, r_1 g \cdot \sqrt{\frac{U_{st}}{(h+D)\,U_a - U_{st}}}, \tag{71}$$

$$d_e = 2{,}0 \sqrt{\frac{r_1 g z_a (h+D)\, U_0}{\sqrt{U_{st} \cdot [(h+D)\,U_a - U_{st}]}}}. \tag{72}$$

Die wichtigste Veränderliche ist wiederum die Steuerspannung, und zwar nimmt d_s mit wachsender Steuerspannung zu, während d_e mit U_{st} abnimmt. Für $U_{st} = 0$ liefert Gleichung (72) den physikalisch nicht möglichen Wert $d_e = \infty$. Der Grund liegt in einer Überschreitung des Geltungsbereiches von Gleichung (72). Die Formel hat nämlich nur Sinn für $d_e \ll 2\, r_0$. Man kann den Sachverhalt im Hinblick auf die Formel (70) für d_e auch so ausdrücken, daß der Einfluß der Anfangsgeschwindigkeit dann gering ist, wenn ihre äquivalente Spannung klein gegen $E_0 r_0$ ist. Gleichung (72) definiert demnach für $d_e = 2\, r_0$ einen kritischen Kleinstwert der Steuerspannung

$$U'_{st} = 1{,}7\ (h+D) \cdot \sqrt[3]{\frac{z_a^2}{r_1^2 g^2}\, U_0^2 U_a} \tag{73}$$

mit der Eigenschaft, daß für

$$U_{st} \gg U'_{st} \tag{74}$$

die zeichnerischen Bahnbestimmungen nach Fig. 7b und die Gleichung (72) voll gültig sind. Ist umgekehrt $U_{st} \ll U'_{st}$, so hat die Feldgestaltung unmittelbar vor der Kathode nur geringen Einfluß auf die Elektronenbahnen. Dazwischen, d. h. für $U_{st} \approx U'_{st}$, liegt ein Übergangsgebiet, in welchem Gleichung (72) nur in grober Annäherung zutrifft. Da andererseits U_{st} nach oben beschränkt ist [vgl. z. B. Bedingung (53)], so hat es den Anschein, als ob sämtliche bisher erörterten Zusammenhänge nur für einen engen Wertebereich von U_{st} gültig sind. Deshalb sei hervorgehoben, daß sich die Bedingung $U_{st} \gg U'_{st}$ lediglich auf die Unvollkommenheit der Bahnbestimmung von Elektronen endlicher Anfangsgeschwindigkeit bezieht. Die Elektronenbahnen von Fig. 7b gelten in der Grenze für kleinen Einfluß der Anfangsgeschwindigkeiten und müßten bei einer Weiterführung der Theorie dementsprechend ergänzt werden.

Es bleibt die Frage zu klären, welcher Wert für die radiale Voltgeschwindigkeit U_0 einzusetzen ist. Rechnet man mit Maxwellscher Geschwindigkeitsverteilung der Glühelektronen und fehlerfreiem Beschleunigungsfeld, so hat man nach Law [22] im engsten Strahlquerschnitt die Stromdichteverteilung

$$j = \frac{i_k}{\pi}\, a\, U_a e^{-a r_e^2 U_a}. \tag{75}$$

Dabei ist i_k der gesamte Kathodenstrom, U_a die Anodenspannung, r_e die radiale Entfernung von der Achse am Ort des engsten Querschnittes. a ist ein von der Röhrenkonstruktion, der Temperatur und dem Verhältnis der angelegten Spannungen abhängiger Faktor, der der Gleichung

$$\frac{U_0}{U_T} = a r_e^2 U_a \tag{76}$$

genügt. U_T ist die zu kT äquivalente Spannung. Law setzt also in Übereinstimmung mit Glei-

chung (70) $r_e = 0{,}5\, d_e$ proportional zu $\sqrt{U_0}$. Nach dem Vorgang von Dosse bezeichnet man nun zweckmäßig als Strahldurchmesser die Fußbreite der Glockenkurve (75) bei der Stromdichte $j = 0{,}05\, j_{max}$. Der zugehörige Wert von U_0 ist $U_0 = 3\, U_T$ (für eine Oxydkathode ist hiernach $U_0 \approx 0{,}3$ Volt). Der unbestimmte Faktor a in Gleichung (75) läßt sich jetzt zahlenmäßig angeben, und zwar folgt aus den Gleichungen (70) und (76)

$$a = \frac{0{,}64\, E_0}{r_0 U_a U_T}$$

oder aus den Gleichungen (72) und (76) für $U_{st} \gg U'_{st}$ und $d_e = 2\, r_e$

$$a = \frac{\sqrt{U_{st}\left[(h+D)\, U_a - U_{st}\right]}}{r_1 g z_a (h+D)\, U_a U_T}. \qquad (77)$$

Dosse setzt a in Beziehung zur bildseitigen Brennweite f_B des Erzeugungssystems und findet

$$a = \frac{1}{U_T f_B^2}. \qquad (78)$$

Dieser einfache Zusammenhang gilt unter der Einschränkung, daß das Potential am Ort des engsten Strahlquerschnittes praktisch gleich dem Anodenpotential ist. Das ist aber nur bei sehr großen Werten von r_0 bzw. U_{st} der Fall. Man kann daher die Ausdrücke (77) und (78) nicht ohne weiteres gleichsetzen.

Nunmehr kann angegeben werden, unter welchen Bedingungen der Einfluß der Anfangsgeschwindigkeiten auf den engsten Strahlquerschnitt zu vernachlässigen ist. Man bildet hierzu aus Gleichung (71) und (72) das Verhältnis

$$\frac{d_e}{d_s} = 11 \sqrt{\frac{z_a (h+D)}{r_1 g}} \cdot \frac{U_0}{U_{st}} \cdot \sqrt{\frac{(h+D)\, U_a - U_{st}}{U_{st}}}. \qquad (79)$$

Je nachdem, ob dieses Verhältnis größer oder kleiner als 1 ausfällt, überwiegt der Einfluß der Anfangsgeschwindigkeiten oder des sphärischen Fehlers. Bei gegebenem Verhältnis U_{st}/U_a wird aber d_e/d_s um so kleiner, je größer die Steuerspannung ist. Wählt man z. B. unter Berücksichtigung der Bedingung (42a) $U_{st} = 0{,}1\,(h+D)U_a$, so wird

$$\frac{d_e}{d_s} \approx 11 \sqrt{\frac{30\, z_a}{r_1 g} \cdot \frac{U_0}{U_a}}$$

und weiter mit den Werten $U_0 = 0{,}3$ Volt und $z_a = 10\, r_1 g$

$$\frac{d_e}{d_s} \approx \frac{100}{\sqrt{U_a}}.$$

In diesem Fall erreicht also der engste Strahlquerschnitt für $U_a = 10000$ Volt seinen Kleinstwert. Es ist daher verständlich, daß gerade aus Beobachtungen an Fernsehgroßprojektionsröhren, die mit Spannungen von einigen 10000 Volt betrieben werden, geschlossen wurde, daß die Strahleigenschaften durch das elektrostatische Feldbild bestimmt sind [14].

Die bisher ermittelten Strahleigenschaften bilden die Grundlage für die Berechnung des Fleckdurchmessers und des Strahlöffnungswinkels. Jedoch würde eine eingehende Untersuchung dieser Zusammenhänge den Rahmen der Arbeit überschreiten. Es sei hier nur darauf hingewiesen, daß es mit Hilfe der Abbeschen Sinusbedingung [23] grundsätzlich möglich ist, den Durchmesser des engsten Strahlquerschnitts in Beziehung zum Fleckdurchmesser der Braunschen Röhre zu setzen. Zusätzlich müßte aber noch die elektrostatische Abstoßung der Elektronen längs des ganzen Strahlenganges berücksichtigt werden, die in Braunschen Röhren eine merkliche Rolle spielt [24, 25, 26, 42].

VII. Die Stromdichteverteilung auf der Kathode

Von Langmuir [27] wurde gezeigt, daß zwischen zwei Elektroden, von denen die eine Elektronen mit der Anfangsgeschwindigkeit Null aussendet, ein Strom übergeht, der von der Elektrodenform unabhängig und proportional zu $U^{3/2}$ ist, wenn U die angelegte Spannung bedeutet. Die Berechnung des Proportionalitätsfaktors auf Grund der Poissonschen Gleichung

$$\Delta \varphi_1 = -4\pi\varrho = \frac{4\pi j}{\sqrt{\frac{2e}{m}} \cdot \sqrt{\varphi_1}} \qquad (80)$$

gelang bisher nur für Anordnungen einfacher Symmetrie mit örtlich konstanter Kathodenstromdichte j. So ergibt sich z. B. aus Gleichung (80) für zwei ebene Elektroden mit dem Abstand l, wenn an Stelle von U die statische Kathodenfeldstärke $E = \frac{U}{l}$ eingeführt wird, der Potentialverlauf

$$\varphi_1 = E z^{\frac{4}{3}} l^{-\frac{1}{3}} \qquad (81)$$

und die Stromdichte

$$j = \frac{\sqrt{2}}{9\pi} \sqrt{\frac{e}{m}} \cdot E^{\frac{3}{2}} l^{-\frac{1}{2}}. \qquad (82)$$

Im Fall der Braunschen Röhre ist die exakte Integration der Differentialgleichung (80) im Hinblick auf den analytisch kaum erfaßbaren Elektronenstrahlengang nicht möglich. Man gelangt aber zu einer Näherungslösung, wenn man nach dem Vorbild der Theorie der Verstärkerröhre [7, 12] die Wehneltelektrode und die Anode durch eine einzige Elektrode ersetzt, deren Spannung der Steuerspannung proportional ist. Dabei richtet sich der Proportionalitätsfaktor nach dem gewählten Abstand der Ersatzanode. Bei der Braunschen Röhre können wir uns etwa die Ersatzanode als ebene Elektrode in der Entfernung $l = z_a(h + D)$ vorstellen[10]). Wird an das Ersatzsystem die Spannung U_{st} angelegt, so entsteht in der Kathodenmitte die gleiche statische Feldstärke (30) wie im ursprünglichen System. Leider weist diese Anordnung einen grundsätzlichen Mangel auf. Es gelingt nicht, das Ersatzsystem so zu gestalten, daß auf der Kathode eine der Gleichung (9) entsprechende parabelförmige Feldverteilung zustande kommt. Man kann auch sagen: das Ersatzsystem ist zur Beschreibung des Stromüberganges nur im Grenzfall $r_0 \to \infty$ geeignet. Bei der Verstärkerröhre findet man ebenfalls, teils als Störeffekt, teils beabsichtigt, eine ungleichförmige Feldverteilung auf der Kathode. Ihre Wirkung auf den Entladungsstrom bezeichnet man vielfach als Inselbildung und trägt ihr durch Einführung eines längs der Kathode veränderlichen Durchgriffs Rechnung. Wie Jobst [29] zeigte, kann man auch bei Inselbildung den Raumladungsstrom jedes Kathodenelementes proportional zu $U_{st}^{3/2}$ setzen, wobei aber U_{st} wegen des veränderlichen Durchgriffs vom Ort abhängt. Das resultierende Entladungsgesetz, das durch Integration über die Kathodenfläche erhalten wird, weicht im allgemeinen vom $U_{st}^{3/2}$-Gesetz ab, wenn der Berechnung von U_{st} ein mittlerer Durchgriff zugrunde gelegt wird.

Im vorliegenden Fall empfiehlt sich ein anderes Näherungsverfahren. Wir suchen zwei Funktionen $\varphi_1(r, z)$ und $j(r)$, die für $z = 0$ die Differentialgleichung (80) erfüllen und für $r_0 \to \infty$ asymptotisch in die Funktionen (81) und (82) übergehen, wobei l gleich dem Abstand $z_a(h+D)$ der Elektroden des Ersatzsystems zu setzen ist. Die Lösung dieser Aufgabe kann man sofort angeben. Es genügt, die Feldstärke E in den Gleichungen (81) und (82) durch den Ausdruck (9) zu ersetzen. In der Tat erfüllen die Funktionen

$$\varphi_1 = E_0 z_a^{-\frac{1}{3}} (h + D)^{-\frac{1}{3}} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) z^{\frac{4}{3}} \tag{83}$$

$$j = \frac{\sqrt{2}}{9\pi} \sqrt{\frac{e}{m}} E_0^{\frac{3}{2}} z_a^{-\frac{1}{2}} (h + D)^{-\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{84}$$

für $z = 0$ die Poissonsche Gleichung in der Form

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} = \frac{4\pi}{\sqrt{\frac{2e}{m}}} \frac{j}{\sqrt{\varphi_1}},$$

wie man durch Berechnung der Differentialquotienten leicht feststellt. Desgleichen erhält man für $r_0 \to \infty$ die Lösungen (81) und (82). Sicher ist der Ansatz nur für die unmittelbare Nachbarschaft der Kathode brauchbar, wie ein Vergleich mit den Elektronenbahnen von Fig. 7 lehrt, doch läßt sich die Genauigkeit der Näherung theoretisch schwer abschätzen. Letzten Endes entscheidet das Experiment über diese Frage (vgl. Abschnitt VIII).

Es ist zweckmäßig, der Gleichung (84) eine für die Auswertung geeignetere Form zu geben. Drückt man E_0 nach Gleichung (30) durch die Steuerspannung aus, so erhält man nach Ausrechnung des Zahlenfaktors für die Stromdichte in der Kathodenmitte (z_a in cm, U_{st} in Volt)

$$j_0 = 2{,}33 \cdot 10^{-6} \frac{U_{st}^{\frac{3}{2}}}{z_a^2 (h + D)^2} \frac{A}{\mathrm{cm}^2} \tag{85}$$

und für die Stromverteilung auf der Kathode[11])

$$j = j_0 \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)^{\frac{3}{2}}. \tag{86}$$

Der Wert der Gleichung (85) besteht darin, daß nunmehr durch Rechnung festgestellt werden kann, bis zu welcher Wehneltspannung eine Röhre ausgesteuert werden darf, ohne daß ein durch die Erfahrung bekannter, zulässiger

10) Diese Definition der Ersatzdiode ist natürlich nicht streng begründet. Man kann ebensowohl z. B. die Wehneltelektrode als Ersatzanode bezeichnen, wenn man gemäß der von Schottky [6] gebrauchten Ausdrucksweise nicht mit der Steuerspannung, sondern mit dem etwas kleineren Effektivpotential in der Wehneltebene rechnet. Andererseits zeigt gerade die neuere Entwicklung der Theorie der ebenen Triode [28], daß man zweckmäßig mit größerem Abstand der Ersatzanode rechnet, wobei die zugehörige Spannung größer als U_{st} werden kann. Dies spricht zugunsten der hier gewählten Ersatzdiode.

11) Legt man der Berechnung des Strahldurchmessers d_s (vgl. Fig. 7a) ähnlich wie bei d_e nur diejenigen Kathodengebiete zugrunde, die mehr als 5 Proz. der maximalen Stromdichte emittieren, so folgt aus Gleichung (86), daß der Stromanteil der Kathodenelemente mit $r' > 0{,}93\, r_0$ vernachlässigt werden kann. Der Strahldurchmesser d_s ist dann in Gleichung (72) um etwa 25 Proz. kleiner anzusetzen.

Höchstwert der Kathodenstromdichte überschritten wird. Integriert man j über die Kathodenfläche von o bis r_0, so gewinnt man einen Ausdruck für den übergehenden Gesamtstrom. Es ergibt sich

$$i_a = \int_0^{r_0} j_0 \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)^{\frac{3}{2}} 2\pi r\, dr = \frac{2\pi}{5} j_0 r_0^2 . \tag{87}$$

Daraus entsteht nach Einsetzen von r_0 laut Gleichung (37) und Zusammenziehung der Zahlenfaktoren

$$i_a = 1{,}30 \cdot 10^{-6} \frac{i_1^2 g^2}{z_a^2 (h+D)^2} \frac{U_{st}^{\frac{5}{2}}}{(h+D)\, U_a - U_{st}} \text{ Amp.} \tag{88}$$

Entsprechend ihrer Ableitung bezieht sich diese Gleichung zunächst nur auf die ebene Kathode. Für das in Abschnitt Va behandelte Modell ist z. B. $z_a = z_2$ und $h = \frac{z_1}{z_2}$. Die erhaltenen Gleichungen dürften aber auch die bei Kugelkathoden vorliegenden Verhältnisse der Größenordnung nach richtig wiedergeben, wenn man auf Grund der in Abschnitt Vb durchgeführten Rechnung $z_a = R_0$ und $h = 1$ setzt. Der Raumladungsstrom zwischen konzentrischen Kugelelektroden wurde von Langmuir und Blodgett [30] berechnet. Danach erhält man für die Stromdichte einen genaueren Wert, wenn man $z_a = R_0 \cdot \alpha$ setzt, wobei α vom Verhältnis der Radien der Kathode und der Anode abhängt und für Radienverhältnisse zwischen 5 und 160 Werte zwischen 1 und 2 annimmt. Da in praktisch ausgeführten Erzeugungssystemen das Feld nur unmittelbar vor der Kathode kugelsymmetrisch ist, lohnt es sich nicht, auf diese Feinheiten näher einzugehen.

Nach Gleichung (88) ist der Anodenstrom nicht genau der 5/2-Potenz der Steuerspannung proportional. Die von Paehr [8] gefundene Proportionalität zwischen i_a und $U_{st}^{5/2}$ trifft daher nur in erster Näherung zu. Was den Gültigkeitsbereich der angegebenen Formeln anbetrifft, so gilt auch hier das im vorhergehenden Abschnitt Gesagte. Der Einfluß der Anfangsgeschwindigkeiten der Glühelektronen auf die Stromdichte macht sich bemerkbar, wenn die Ungleichung (74) nicht erfüllt ist, und zwar in dem Sinne, daß die maximale Stromdichte größer ist als nach Gleichung (85), und daß auch für $r > r_0$ Elektronen emittiert werden. Abweichungen von den Gleichungen (85) bis (88) sind also wieder für kleine Anodenspannungen und kleine Werte der Steuerspannung zu erwarten, so daß auch in dieser Hinsicht die Theorie vorwiegend für Braunsche Röhren mit hoher Anodenspannung in Betracht kommt. Bei starkem Einfluß der Anfangsgeschwindigkeiten wird auch dann ein merklicher Elektronenstrom beobachtet, wenn sich vor der Kathode ein Potentialminimum (vgl. Fig. 2c) ausbildet. Dieser Sonderfall ist von Borries und Ruska [10] qualitativ erörtert worden. Nach einem Hinweis von Brüche [16] handelt es sich um die gleiche Erscheinung, die bei der Umstellung einer Elektronenlinse zum Elektronenspiegel beobachtet wird. Nachdem das Problem der endlichen Anfangsgeschwindigkeiten bei der Verstärkerröhre gelöst ist [31, 32], bietet also die Theorie des Elektronenspiegels [33, 34, 35] die Möglichkeit, auch bei der Braunschen Röhre in dieser Richtung weiterzukommen.

B. Experimenteller Teil

VIII. Experimentelle Untersuchung der Strahlbildung im Kathodenfeld

Die hier mitgeteilten Versuche wurden längere Zeit vor der Ausarbeitung des theoretischen Teils durchgeführt. Aus diesem Grunde ist das Meßmaterial nicht geeignet, alle aufgefundenen theoretischen Zusammenhänge nachzuprüfen. Jedoch können die wichtigsten Eigenschaften der Strahlbildung nachgewiesen werden.

a) Meßmethode. Die Messung der Kathodenstromdichte und der Größe des emittierenden Gebiets in der ausgeführten Braunschen Röhre macht erhebliche Schwierigkeiten, da die Glühkathode gewöhnlich nur einen Durchmesser von etwa 1–3 mm hat. Aus diesem Grunde wurden die Eigenschaften des Kathodenfeldes mit einem Strahlerzeugungssystem untersucht, dessen Abmessungen mehr als zehnmal so groß als in üblichen Braunschen Röhren gewählt waren. Die Kathodenfläche war als verschiebbare ebene Scheibe ausgeführt, in die an einer Stelle eine Glühkathode üblicher Abmessungen eingesetzt war. Abweichend von der Braunschen Röhre war also nicht die ganze Kathodenfläche zur Elektronenemission befähigt, sondern jeweils nur eine Stelle dieser Fläche. Fig. 8 zeigt die Versuchsanordnung im Schnitt. Das aus drei ebenen Elektroden bestehende Röhrensystem befand sich im Innern einer Glasglocke 1 mit Planschliff, die unter Fettabdichtung auf der

geschliffenen Metallplatte *2* aufsaß und durch den eingekitteten Kernschliff *3* mit der Hochvakuumpumpe in Verbindung stand. In die Kathodenplatte *4* war die indirekt geheizte

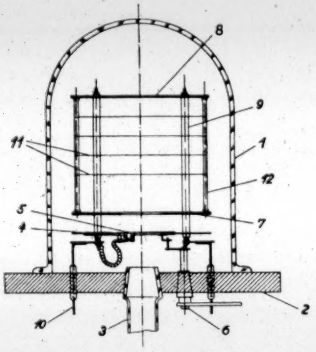


Fig. 8. Apparatur zur Untersuchung der Strahlbildung.

Glühkathode *5* so eingesetzt, daß die Elektronen aussendende Stirnfläche der Kathode von 1,3 mm Durchmesser gerade mit der Platte *4* abschnitt. Durch Drehen des Schliffkonus *6* konnte die Glühkathode von außen in horizontaler Richtung verschoben werden. Die Wehneltelektrode *7* war als Lochscheibe, die Anode *8* als ebene Scheibe ohne Bohrung ausgeführt. Die Elektroden waren auf vier hohlen keramischen Säulen *9* befestigt, durch deren Bohrung die Stromzuführung erfolgte. Die Zuleitungen zu der indirekt geheizten Kathode und den anderen Elektroden wurden durch eingekittete verglaste Durchführungen *10* nach außen geführt. Zur Messung der Stromverteilung in der Kathodenebene wurde die Stirnfläche der Kathode gleichmäßig mit einer Paste belegt, die aus einer Mischung von Bariumkarbonat und Strontiumkarbonat bestand. Durch eine Glühbehandlung wurden die Karbonate in die entsprechenden Oxyde umgewandelt und so zur Elektronenemission befähigt. Gemessen wurde der Anodenstrom bei positiver Anode und negativer Wehneltelektrode in Abhängigkeit von der Kathodenstellung. Zur Untersuchung der Elektronenbahnen wurde die Stirnfläche der Kathode mit einer Bohrung von 0,2 mm Durchmesser und 0,2 mm Tiefe versehen und nur diese Bohrung mit Karbonatpaste ausgefüllt. Man erhält so eine praktisch punktförmige Elektronenquelle. Wurde das Versuchsrohr mit Argongas von etwa 10^{-3} mm Druck gefüllt, so konnten die Elektronenbahnen als Fadenstrahlen [36] nachgewiesen werden.

Um auch bei Hochvakuum den Strahlengang beobachten zu können, ist schon vorgeschlagen worden, innerhalb des Vakuumraumes fein verteilten Leuchtstoff aufzuwirbeln [37]. Bei dieser Untersuchung wurde ein anderer Weg eingeschlagen. Es wurden im Versuchsrohr feinste mit Leuchtsubstanz bestrichene Glasfäden *11* ausgespannt, die an Glasstäben *12* befestigt waren. An den vom Strahl getroffenen Stellen leuchteten die Glasfäden auf, so daß es möglich war, den Strahlengang zu verfolgen. Diese Methode ist etwas bequemer zu handhaben und hat den Vorteil, daß die Kathodenemission nicht störend beeinflußt wird. Durch Beobachtung der Leuchterscheinung auf der ebenfalls mit Leuchtfarbe bestrichenen Anode mit und ohne Glasfäden konnte festgestellt werden, daß die Glasfäden dann den Strahlengang nicht stören, wenn sie nur im Raum zwischen der Blende *7* und der Anode *8* ausgespannt waren und von der Blende eine Entfernung gleich dem Durchmesser der Blendenöffnung hatten. Bei sämtlichen Versuchen wurde durch langes Pumpen und Kühlen der Metallplatte der Druck der Restgase so niedrig als möglich gehalten.

b) Die Stromverteilung in der Kathodenebene. Der bei $U_a = 500$ V und dem Wehneltabstand $z_1 = 1$ cm in Abhängigkeit von der

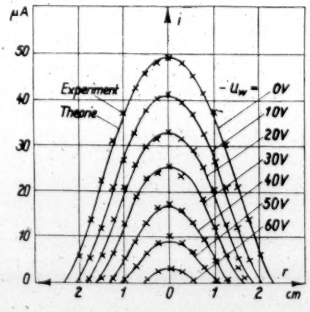


Fig. 9. Der Emissionsstrom in Abhängigkeit von der Kathodenstellung.

Kathodenkoordinate r' gemessene Anodenstrom ist in Fig. 9 wiedergegeben. Die ausgezogenen Kurven entsprechen Gleichung (86) in der Form

$$i = i_0 \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)^{\frac{3}{2}};$$

wobei die Konstanten i_0 und r_0 so bestimmt wurden, daß sich die Kurven den Meßpunkten gut anpassen. Wie man sieht, lassen sich die Meß

werte vorzüglich durch die angegebene Formel darstellen. Ähnliche Kurven wurden für die Wehneltabstände $z_1 = 1{,}5$ cm und $z_1 = 2$ cm erhalten. Die Stromstärke in der Kathodenmitte zeigt die durch Gleichung (85) geforderte Abhängigkeit von der Wehneltspannung.

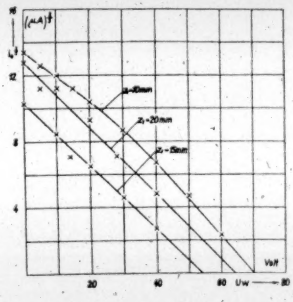


Fig. 10. Die maximale Kathodenstromdichte als Funktion der Wehneltspannung.

Wie aus Fig. 10 hervorgeht, ist $i_0^{2/3}$ angenähert eine lineare Funktion der Wehneltspannung U_w. Durch Extrapolation auf den Strom 0 gewinnt man aus den Kurven für die Einsatzspannung U_{w_0} die Werte -70 V, -54 V, -64 V. Da bei den ersten beiden Messungen die Anodenspannung 500 V betrug, bei der dritten Messung dagegen 1000 V, ergibt sich D als Quotient von $-U_{w_0}$ durch U_a zu $D = 0{,}140$ für $z_1 = 1$ cm, $D = 0{,}108$ für $z_1 = 1{,}5$ cm und $D = 0{,}064$ für $z_1 = 2$ cm[12]). Nach Gleichung (85) müßte die Steigung der Kurven umgekehrt proportional zu $z_a^{4/3}(h + D)^{4/3}$ sein. Nun betrug der Anodenabstand bei den drei Messungen $z_a = z_2 = z_1 + 12$ cm. Daraus berechnet man mit $h = \frac{z_1}{z_2}$ für den angegebenen Ausdruck die Werte 3,96 für $z_1 = 1$ cm; 4,17 für $z_1 = 1{,}5$ cm und 4,12 für $z_1 = 2$ cm. In allen drei Fällen ergibt sich fast der gleiche Zahlenwert. Es ist daher verständlich, daß die Steigung der Kurven von Fig. 10 nahezu gleich groß ist.

Den Zahlenfaktor der Gleichung (85) an Hand der i_0-Werte quantitativ nachzuprüfen ist deswegen nicht sinnvoll, weil bei der Ableitung der Gleichung (85) die Voraussetzung gemacht wurde, daß auch die Nachbarschaft des betrachteten Kathodenelementes Elektronen emittiert, während in der gewählten Versuchsanordnung die Umgebung stromlos ist. Aus den Stromverteilungskurven kann jedoch die Beziehung zwischen der Steuerspannung und dem Radius r_0 des emittierenden Gebietes entnommen werden. Man erhält so für den Faktor g der Gleichung (37) die in Fig. 11 wiedergegebenen Werte.

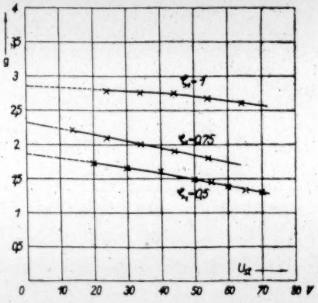


Fig. 11. Der Formfaktor g der Versuchsanordnung.

g erweist sich noch etwas von der Steuerspannung abhängig. Die Ursache ist in einer Überschreitung des Geltungsbereiches der Gleichung (37) zu suchen. Durch Extrapolation auf die Steuerspannung Null erhält man für die drei Wehneltabstände die g-Werte 1,9; 2,3 und 2,9. Andererseits berechnet man für den Kreisring nach Gleichung (44) die entsprechenden Werte 1,37; 1,98 und 3,46. Die Abweichungen dürften teils auf die in beiden Fällen verschiedene Ladungsverteilung auf der Wehneltelektrode, teils auf den Einfluß der Anfangsgeschwindigkeiten der Glühelektronen zurückzuführen sein.

c) Die Elektronenbahnen im Versuchssystem. Die Messung der Stromverteilung führte zur angenäherten Bestätigung der aufgestellten Gesetzmäßigkeiten bis herauf zu $U_w = 0$ Volt. Nach Fig. 9 wird bei dieser Wehneltspannung r_0 von der Größenordnung der Wehneltbohrung $r_1 = 2$ cm. Man erwartet daher, daß auch die Reihenentwicklung des Potentials und die in Fig. 7 wiedergegebenen Elektronenbahnen bis zu $U_w = 0$ Volt Gültigkeit haben. Zur Nachprüfung dieser Zusammenhänge wurden in Abhängigkeit von der Kathodenstellung mit einer Kleinbildkamera Serienaufnahmen von gaskonzentrierten Elektronenstrahlen gemacht. Fig. 12 gibt ein Beispiel hierfür. Die Lage der Kathode *1* ist infolge ihrer starken Lichtemission schwer zu erkennen. Man sieht aber deutlich die Bahn des Elektronenstrahles *2*, die Wehneltblende *3* und die Anode *4*. Die Auswertung der Aufnahmen erfolgte durch Nachzeichnen unter dem Vergrößerungsgerät. Die für einen bestimm-

12) Von der Berücksichtigung des Kontaktpotentials wird abgesehen.

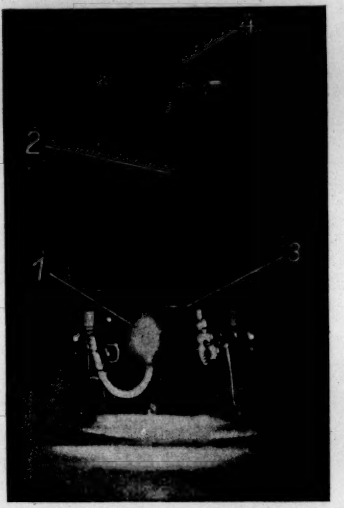
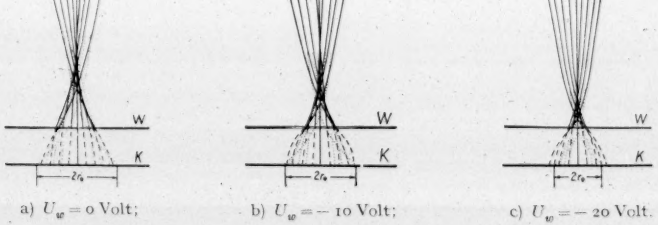


Fig. 12. Beispiel für eine Fadenstrahlaufnahme. (1 = Glühkathode, 2 = Elektronenstrahl, 3 = Wehneltelektrode, 4 = Anode.)

ten Wehneltabstand zu verschiedenen Kathodenlagen gehörenden Aufnahmen wurden auf ein einziges Blatt gezeichnet.

Fig. 13a bis c zeigt das Ergebnis für den Wehneltabstand $z_1 = 2$ cm entsprechend $\zeta_1 = 1$ und die Wehneltspannungen 0, — 10 und — 20 Volt. Die Einsatzspannung betrug — 32 Volt. Die weiterhin eingezeichneten Grenzen des emittierenden Gebietes sind den Stromverteilungskurven entnommen, und zwar betrug $r_0 = 2{,}31$ cm bei $U_w = 0$ Volt, $r_0 = 1{,}91$ cm bei $U_w = -10$ Volt und $r_0 = 1{,}34$ cm bei $U_w = -20$ Volt. Die ausgezogenen Linien entsprechen den Bahnen gaskonzentrierter Elektronenstrahlen. In ihrem Anfangsteil waren die Bahnkurven schwer zu erkennen. Der Bahnverlauf ist deshalb in Kathodennähe nur angedeutet. Die außerdem eingezeichneten punktierten Kurven wurden durch geometrisch ähnliche Übertragung von Fig. 7a erhalten. Wie man sieht, folgen die gaskonzentrierten Elektronenstrahlen weitgehend dem theoretischen Strahlengang. Allerdings wurden experimentell keine Strahlen gefunden, welche den unter 45° vom Rande des emittierenden Gebietes ausgehenden, theoretisch berechneten Strahlen zugeordnet werden können. Da am Rande des emittierenden Gebietes die elektrische Feldstärke sehr klein ist, dürfte diese Abweichung auf den Einfluß der Anfangsgeschwindigkeiten zurückzuführen sein. Dies gilt ebenso für den in Fig. 13c beobachteten Unterschied zwischen der aus den Stromverteilungskurven berechneten Größe des emittierenden Gebietes und den experimentell ermittelten Strahlbahnen. Weitere Abweichungen machen sich bei kleinen Wehneltabständen bemerkbar.

In Fig. 14a ist der Strahlengang für $z_1 = 1$ cm wiedergegeben. Aus der Stromverteilungskurve nach Fig. 9 folgt $r_0 = 2{,}32$ cm. Der Schnittpunkt der experimentell ermittelten Bahnen ist gegenüber dem theoretischen Strahlengang in Richtung zur Anode hin verschoben. Die Ursache ist in einer Überschreitung des Geltungsbereiches der angewandten Näherung zu suchen. Wie bereits aus Fig. 5 gefolgert wurde, erstreckt sich nämlich der Geltungsbereich des Potentials (8a) nur etwa auf den Raum zwischen Kathode und



a) $U_w = 0$ Volt; b) $U_w = -10$ Volt; c) $U_w = -20$ Volt.

Fig. 13. Auf Grund von Fadenstrahlaufnahmen gezeichnete Strahlbahnen für $z_1 = 2$ cm. Punktierte Kurven = theoretischer Strahlengang nach Fig. 7a.

Wehneltelektrode, Bild 13a bis c zeigt die als Einstellfehler bekannte Verlagerung des engsten Strahlquerschnittes als Funktion der Wehneltspannung. In Übereinstimmung mit Bahnbestimmungen von Knoll [11] entfernt sich der

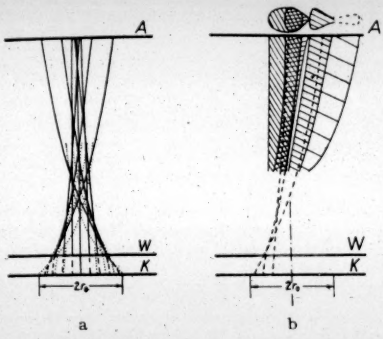


Fig. 14. Strahlbahnen bei $z_1 = 1$ cm und $U_w = 0$ Volt. a) Gaskonzentration; b) Hochvakuum (strichlierte Kurven = Bahnen gaskonzentrierter Strahlen, die zur gleichen Kathodenstellung gehören).

Schnittpunkt der Elektronenbahnen von der Kathode, wenn die negative Wehneltspannung nach positiven Werten hin zunimmt. Nunmehr kann diese Abhängigkeit unter Anwendung der Gleichungen (37) und (70) quantitativ verfolgt werden, wie durch die gefundene hinreichende Übereinstimmung zwischen dem theoretischen und dem experimentellen Strahlengang bewiesen wird.

Da bei Anwendung der Gaskonzentration erhebliche Mengen positiver Ionen entstehen, liegt die Vermutung nahe, daß das Potentialfeld durch die Anwesenheit der Ionen beeinflußt wird. Aus diesem Grunde wurde bei einem Versuch der Gasdruck verändert und die Änderung der Leuchterscheinung im Entladungsraum und auf der mit Leuchtsubstanz bestrichenen Anode beobachtet. In Übereinstimmung mit Versuchen von Gundert [38] ergab sich, daß der gaskonzentrierte Strahl etwa die gleiche Richtung, aber eine geringere Breite als der Hochvakuumstrahl besitzt. Ähnliche Beobachtungen wurden schon früher bei einem Vergleich der Fleckdurchmesser von gasgefüllten Braunschen Röhren und Hochvakuumröhren gemacht [39]. Wie bereits erwähnt, kann auch im Hochvakuum der Strahlengang sichtbar gemacht werden, wenn feinste Glasfäden, die dünn mit Leuchtsubstanz bestäubt sind, im Entladungsraum ausgespannt werden. Auf diese Weise kann der Strahldurchmesser in radialer Richtung ermittelt werden.

In Fig. 14b sind die aus den Leuchterscheinungen bei $U_a = 1500$ Volt und $U_w = 0$ Volt gewonnenen Strahlbahnen für drei Kathodenstellungen wiedergegeben. Der Wehneltabstand betrug $z_1 = 1$ cm. Um Vergleiche zu den Bahnen gaskonzentrierter Strahlen ziehen zu können, sind drei Bahnen aus Fig. 14a, die zu der gleichen Kathodenstellung gehören, in Fig. 14b strichliert eingezeichnet. Die Bahnkurven der gaskonzentrierten Strahlen folgen etwa der größten Elektronendichte in den Elementarbündeln. Der Randstrahl ist nach außen hin stark deformiert. Die Leuchterscheinung auf der gleichfalls mit Leuchtsubstanz bedeckten Anode (in Fig. 14b oberhalb der Anode gezeichnet) läßt erkennen, daß der Querschnitt des Randstrahles erheblich von der Kreisgestalt abweicht. Die Elektronendichte in dem weit schraffierten Teil des Strahlenbündels ist jedoch sehr gering. Dieser Befund zeigt sinnfällig den starken sphärischen Fehler des Kathodenfeldes.

IX. Die Anodenstrom-Steuerspannungskennlinie der Braunschen Röhre

Nachdem theoretisch und experimentell [8] sichergestellt ist, daß der Strahlstrom in erster Näherung proportional zu $U_{st}^{3/2}$ ist, gilt das Hauptinteresse dem Proportionalitätsfaktor in Gleichung (88). Zur Nachprüfung dieser Formel wur-

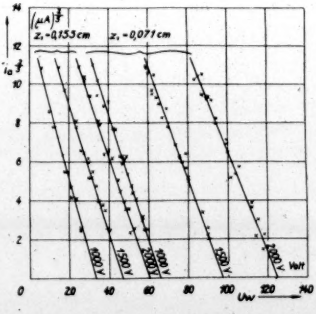


Fig. 15. Kennlinien der Braunschen Röhre bei zwei verschiedenen Wehneltabständen und drei verschiedenen Anodenspannungen.

den Messungen an einem Röhrensystem mit ebener Kathode und zwei ebenen Lochscheibenelektroden in der Weise ausgewertet, daß $i_a^{2/3}$ gegen U_w aufgetragen wurde. Wie aus Fig. 15 hervorgeht, lassen sich die Meßpunkte gut durch gerade Linien wiedergeben.

Nach Gleichung (88) erwartet man dagegen leicht gekrümmte Kurven, deren Ste
$U_a \ll (h+D)\,U_a$ durch den Ausdruck

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{d\,i_a^{\frac{2}{5}}}{d\,U_{st}} = \left(\frac{1{,}30\cdot 10^{-6}\,\gamma_1^2 g^2}{U_a z_a^2 (h+D)^3}\right)^{\frac{2}{5}} \cdot \left(1 + \frac{4}{5}\,\frac{U_{st}}{(h+D)\,U_a}\right)$$

gegeben ist. Der Einfluß des spannungsabhängigen Faktors ist aber nur gering und wirkt sich praktisch nicht auf den Kurvenverlauf aus. Wir begnügen uns damit, für $U_{st} = U_w - U_{w_0}$ einen mittleren Wert einzusetzen (20 Volt bei Messung 1 und 15 Volt bei Messung 2). Die Systemabmessungen sind bei Berücksichtigung der halben Elektrodenstärke: Wehneltabstand $z_1 = 0{,}071$ cm, Anodenabstand $z_2 = 0{,}98$ cm bei Messung 1 und $z_1 = 0{,}155$ cm, $z_2 = 1{,}06$ cm bei Messung 2, Radius der Wehneltbohrung $r_1 = 0{,}15$ cm, Radius der Anodenbohrung $r_2 = 0{,}3$ cm. Die M wurden bei den Anodenspannungen 1 und 2000 Volt ausgeführt. Der Durchg aus der Einsatzspannung errechnet, w Fig. 15 durch Extrapolation auf den S bestimmt wurde. Da ferner $h = \frac{z_1}{z_2}$ ge den kann, bleibt als Unbekannte d faktor g. In der nachfolgenden Tabe Steigung der Kennlinien, der Durchgr hieraus berechnete Formfaktor angeg

	Messung 1 ($z_1 = 0{,}071$ cm)			Messung 2 ($z_1 = 0{,}$	
U_a Volt	1000	1500	2000	1000	1500
$\operatorname{tg}\gamma$ aus Fig. 15	0,331	0,286	0,258	0,386	0,337
D aus Fig. 15	0,0659	0,0653	0,0637	0,0330	0,0314
g nach Gleichung (88)	1,97	2,13	2,18	4,13	4,35
g Mittelwert nach Gleichung (88)	2,1			4,3	
g aus Fig. 11 für $U_{st} = 0$	1,9			2,9	
g nach Gleichung (44)	1,37			3,46	

D und g^2 sind innerhalb einer Meßreihe hinreichend konstant. Man kann demnach D und g^2 als Konstanten der Versuchsanordnung bezeichnen. Die so ermittelten Werte von g lassen sich ohne weiteres mit den Werten von Fig. 11 vergleichen, da das Verhältnis $\zeta_1 = \frac{z_1}{r_1}$ in beiden Fällen nahezu gleich groß ist ($\zeta_1 = 0{,}473 \approx 0{,}5$ bei Messung 1 und $\zeta_1 = 1{,}03 \approx 1$ bei Messung 2). Demnach liefert der Modellversuch für $U_{st} = 0$ vergleichsweise die Werte $g = 1{,}9$ für $\zeta_1 = 0{,}5$ und $g = 2{,}9$ für $\zeta_1 = 1$, während sich nach Gleichung (44) für die ringförmige Wehneltelektrode die Werte $g = 1{,}37$ und $g = 3{,}46$ ergeben. Der Größenordnung nach ist also Übereinstimmung vorhanden, doch fällt auf, daß die Werte dieser Messung größer sind als die Vergleichswerte. Es dürfte sich hierbei weniger um einen Einfluß der Anfangsgeschwindigkeiten handeln, denn die benutzten Steuerspannungen sind groß gegen die kritische Steuerspannung, die sich nach Gleichung (73) zu $U'_{st} = 2$ Volt berechnet. Dagegen läßt sich die Raumladungsrückwirkung zur Erklärung heranziehen (vgl. die Fußnote auf S. 86).

Abschließend kann festgestellt werden chung (88) zur Beschreibung der Ke Braunschen Röhre geeignet ist.

X. Die Anwendung der Ergeb auf die Röhrenkonstrukti

Auf Grund der aufgefundenen Z hänge lassen sich Aussagen über g mäßige Dimensionierung des Strahle systems machen. Wie eingangs festges ist es erwünscht, den engsten Strahlq so klein als möglich zu machen. Hie die zweite Grundforderung, einen hohen Strom in einem schlanken Str einigen [14]. Ein kleiner Öffnungsw Elektronenbündels ist deshalb notw die, bisher bekannten elektronenopti bildungslinsen einen erheblichen s Fehler besitzen, so daß nur achsennah fehlerfrei gebündelt werden können. D läßt sich auch so formulieren, daß bei Radius r_0 des emittierenden Gebiete stärke in der Kathodenmitte möglichs

soll. Denn nach Gleichung (84) ist die Stromdichte zu $E_0^{3/2}$ proportional, bei $E_0 =$ const nimmt andererseits der Strahldurchmesser mit steigenden Werten von r_0 zu. Dies gilt nach den Beziehungen (70) sowohl für d_s als auch für d_ε. Der Strahlöffnungswinkel ist in der gleichen Weise von der Größe des emittierenden Gebietes abhängig. Denn nach Fig. 7 ist zwar der Schnittwinkel der Randstrahlen von r_0 unabhängig, das nachfolgende Beschleunigungsfeld verringert aber die Strahldivergenz um so mehr, je näher sich der Überschneidungspunkt an der Kathode befindet. Bildet man unter Anwendung der Gleichungen (40) und (29) das Verhältnis (E_0 gegen E_a vernachlässigt)

$$\frac{E_0}{r_0^2} = \frac{9\,U_a}{4\,z_a r_1^2 g^2}, \tag{89}$$

so kommt es also darauf an, diesen Ausdruck möglichst groß zu machen.

Es ist bekannt, das gewünschte Ziel durch hohe Anodenspannung U_a und kleinen Abstand z_a der Ersatzanode zu erreichen. Nunmehr läßt sich auch die Wirkung der Wehneltelektrode übersehen. Zunächst erkennt man, daß bei gegebenem Formfaktor g der Wehneltradius zweckmäßig klein gehalten wird. Da r_1 quadratisch eingeht, ist die Verkleinerung von r_1 sogar wirksamer als die Verkleinerung von z_a. Von besonderem Interesse ist der Einfluß des Formfaktors. Bei dem Erzeugungssystem nach Fig. 3 ergab sich

$$g^2 = \frac{(1+\zeta_1^2)^2}{1-\frac{2}{3}\zeta_1^2}. \tag{44}$$

Dieser Ausdruck ist nur vom Verhältnis ζ_1 des Wehneltabstandes zum Wehneltradius abhängig. Anzustreben ist ein kleiner Wert dieses Verhältnisses. Ist jedoch $\zeta_1^2 \ll 1$, so bewirkt eine weitere Verkleinerung von ζ_1 nur eine geringe Änderung des Formfaktors. Dieses für die ringförmige Wehneltelektrode zutreffende Ergebnis gilt auch angenähert für die Lochscheibenelektrode, wie die Gegenüberstellung in der Tabelle des vorigen Abschnittes beweist.

Bei Verwendung der kugelförmigen Kathode kann der Ausdruck (89) noch weiter vergrößert werden, da für z_a der Kugelradius einzusetzen ist (vgl. Abschnitt Vb). Auch g läßt sich nach Gleichung (62) weiter verkleinern, wenn die Kugelkathode zwischen Wehneltelektrode und Anode angebracht wird. Beide Wege, nämlich weitgehende Verkleinerung von r_1 und z_1 und die Einführung der Kugelkathode, sind von der Technik beschritten worden. Diesen Bestrebungen sind Grenzen gesetzt, die sich aus den Möglichkeiten der mechanischen Anfertigung, den Kathodeneigenschaften, der verlangten Strahlleistung und aus schalttechnischen Forderungen ergeben. Hierauf soll jetzt näher eingegangen werden.

Im Abschnitt VII wurde bereits darauf hingewiesen, daß die Kathodenstromdichte einen gewissen zulässigen Erfahrungswert nicht überschreiten darf, wenn die vorgeschriebene Lebensdauer erreicht werden soll. Diese Grenze wird bei Braunschen Röhren mit Oxydkathode meist höher angesetzt als bei Verstärkerröhren. Während Verstärkerröhren durchschnittlich mit einigen mA/cm² beansprucht werden, geht man bei Braunschen Röhren bis zu etwa 0,5 Amp./cm² [22]. Nach Gleichung (84) und (85) sind durch diese Grenzstromdichte die zulässigen Werte von E_0 bzw. U_{st} bestimmt, wenn gleichzeitig z_a, h und D fest vorgegeben sind. Eine zweite wichtige Kathodeneigenschaft ist die Überlastungsfähigkeit. In dieser Hinsicht ist die Kugelkathode weniger günstig als die ebene Kathode, da bei unsachgemäßer Handhabung der Röhre (z. B. bei positiver Wehneltelektrode) die Kathodenfeldstärke leicht um mehrere Größenordnungen ansteigen kann, so daß die Oxydschicht weit über den zulässigen Wert hinaus beansprucht wird. Noch ein zweiter Grund spricht gegen die Wahl der Kugelkathode[13]). Man ist nämlich gezwungen, die Kugelkathode genau in der Systemachse anzuordnen, damit der Elektronenstrahl axial verläuft. Bei den üblichen kleinen Elektrodenabmessungen macht aber dann die Justierung erhebliche Schwierigkeiten. Anders verhält sich die ebene Kathode. Bei dieser wird der Radius des emittierenden Gebietes und damit die Strahlachse im wesentlichen durch das Feld der Wehneltelektrode bestimmt, so daß der Strahl von vornherein in der Systemachse verläuft. Man wird aus diesen Gründen die ebene Kathode hauptsächlich dann vorziehen, wenn die zulässige Stromdichte mit Rücksicht auf lange Lebensdauer niedrig gewählt wird, oder wenn weniger Wert auf hohe Fleckschärfe als auf hohen Gesamtstrom gelegt wird.

Soll der Strahlstrom einen vorgeschriebenen Wert erreichen, wird man auf Gleichung (87) zurückgreifen und den Radius r_0 so bemessen, daß die Stromdichte unterhalb des zulässigen Wertes bleibt. Die Abmessungen und die angelegten Spannungen sind dann nicht mehr frei wählbar. Denn erstens bestehen die Beziehungen (37) und (85). Zweitens ist auf die Bedingung (42a) Rücksicht zu nehmen, die nicht nur die Grenze für die Anwendbarkeit der Theorie festlegt, sondern zugleich Voraussetzung für die

13) Die Überlegungen gelten sinngemäß auch für ähnliche Kathodenformen, wie z. B. die Haarnadelkathode.

Erzielung hoher Stromdichte im Strahlkegel ist, wie aus den Untersuchungen von Schwartz, Strübig und Paehr gefolgert werden kann. Da die geometrischen Bestimmungsstücke z_a, h, D und g selbst nicht unabhängig voneinander sind, werden durch diese Bedingungen die konstruktiven Möglichkeiten stark eingeschränkt.

Die Anforderungen, die sich aus den Eigenschaften des äußeren Stromkreises ergeben, beziehen sich auf die Steilheit und den Durchgriff. In den meisten Fällen wird ein niedriger Wert der Einsatzspannung, d. h. ein kleiner Durchgriff, verlangt. Auch die Steuersteilheit hängt vom Durchgriff ab. Nach Gleichung (88) erwartet man, daß die Steuersteilheit mit abnehmendem Durchgriff ansteigt. Allerdings liegen die Verhältnisse insofern verwickelter, als sich bei Änderung von D im allgemeinen auch h und g ändern werden. Experimentell findet man nun [14], daß sich die Steuersteilheit bei Änderung von D tatsächlich im angegebenen Sinn verändert. Wie ist nun ein kleiner Durchgriff zu erzielen? Gleichung (48) lehrt, daß erstens die Stärke der Wehneltelektrode nicht zu klein sein darf, zweitens wählt man zweckmäßig $r_1 \ll z_2$. Eine wichtige Rolle spielt der Wehneltabstand z_1. Im Hinblick auf den Formfaktor ist ein kleiner Wert des Wehneltabstandes erwünscht, andererseits ist D zu z_1 umgekehrt proportional und wächst also für $z_1 \to 0$ über alle Grenzen. Nun bedingt ein kleiner Wert des Durchgriffes einen großen Formfaktor und folglich eine Verschlechterung der Strahleigenschaften. Man ist also genötigt, bei der Wahl des Formfaktors auf den Durchgriff Rücksicht zu nehmen. Noch einen anderen Schluß kann man aus Gleichung (48) ziehen. Da D bei kleinen Wehneltabständen z_1 dieser Größe umgekehrt proportional ist, ist der relative Fehler in D gleich dem relativen Fehler in z_1. Eine bestimmte Einsatzspannung kann daher nur mit der relativen Genauigkeit eingehalten werden, mit der der Abstand z_1 konstant gehalten wird.

Vorstehende Ausführungen haben gezeigt, welche allgemeinen Gesichtspunkte bei der Dimensionierung des Strahlerzeugungssystems zu beachten sind. Auch dürften die theoretischen Ergebnisse, die mit Hilfe der Modellsysteme des Abschnittes V gewonnen wurden, bei der Röhrenentwicklung gute Dienste leisten, vor allem dann, wenn die Eigenschaften eines Systems bereits bekannt sind und nur nach der Wirkung der Änderung einer Abmessung gefragt ist. Wichtiger ist eine andere Anwendung der Theorie, die auf den allgemeinen Überlegungen des IV. Abschnittes beruht. Es handelt sich um die Aufgabe, auf experimentellem Wege die günstigste Röhrenkonstruktion zu ermitteln. Hierzu verändert man nach dem experimentellen Variationsprinzip die Elektrodenabmessungen des zu untersuchenden Systems und mißt jeweils die Größen z_a, h, D und g. Dann sucht man diejenigen Werte heraus, die den Ausdruck (89) zu einem Maximum machen und gleichzeitig den Nebenbedingungen hinsichtlich U_a, U_{st}, i_a, j_0 und D genügen. Man kommt hierbei schneller zum Ziel als mit der Anfertigung und Messung von Versuchsröhren, denn man kann diese Messungen außerhalb des Vakuums an einem vergrößerten Modell des Strahlerzeugungssystems durchführen. Geeignete Meßmethoden sind z. B. die Feldmessung im elektrolytischen Trog [40] und die Methode des Verschiebungsstromes [41].

Das letztere Verfahren läßt sich etwa in der Weise durchführen, daß man in die Kathodenfläche des in großem Maßstab ausgeführten Versuchsmodells zwei isolierte Sonden einsetzt, die eine in der Mitte der Kathode, die andere außerhalb der Kathodenmitte. Jede Sonde wird unter Zwischenschaltung eines Wechselstromgalvanometers mit der übrigen Kathodenfläche verbunden. Dann werden an die Wehneltelektrode und an die Anode gegenphasige Wechselspannungen angelegt, so daß das Verhältnis der Momentanwerte wie bei Gleichspannung konstant gleich U_w/U_a ist. Durch getrennte Regelung der Wechselspannungsamplituden wird zunächst U_w/U_a so eingestellt, daß die Sonde in der Kathodenmitte stromlos wird. Das eingestellte Spannungsverhältnis ist dann gleich dem Durchgriff. Wird auf Stromlosigkeit der anderen Sonde eingestellt, so kann man aus dem Meßergebnis das in Gleichung (37) eingehende Verhältnis U_{st}/U_a berechnen, da D bekannt ist. Um hieraus den Formfaktor zu erhalten, muß noch h ermittelt werden. Zu diesem Zweck wird ein Wechselstromgalvanometer in die Zuleitung zur Wehneltelektrode gelegt. Werden an die Elektroden gleichphasige Spannungen angelegt, so liefert das Spannungsverhältnis bei stromloser Wehneltelektrode unmittelbar h. Nach Gleichung (37) kann jetzt g berechnet werden. z_a ergibt sich schließlich aus der Stromaufnahme der Sonde in der Kathodenmitte, wenn das Spannungsverhältnis wie bei der Messung von h eingestellt wird, im Vergleich zur Stromaufnahme bei bekannter Feldstärke. Ergänzt man diese Messungen durch Untersuchungen an einem entsprechend gebauten Versuchsrohr, so dürfte es möglich sein, systematisch die günstigste Kompromißlösung aufzufinden.

Herrn Prof. Dr. Falkenhagen und Herrn Prof. Dr. Barkhausen danke ich für das entgegengebrachte Interesse und manchen wertvollen Hinweis. Ferner schulde ich Dank

Herrn Prof. Dr. Joachim für die Förderung der Arbeit und Herrn Dr. habil. P. Görlich für seine Ratschläge bei der Durchführung der Versuche.

Schrifttumsverzeichnis

1) M. Knoll und R. Theile, Fortschr. d. Hochfr.-Techn. **1**, 487, 1941.
2) E. Brüche und A. Recknagel, Elektronengeräte. Springer, Berlin 1941.
3) H. Johannson, Zeitschr. f. Phys. **90**, 748, 1934.
4) J. Dosse, Zeitschr. f. Phys. **115**, 530, 1940.
5) H. Barkhausen, Jahrb. f. drahtl. Telegraphie u. Teleph. **14**, 27, 1919.
6) W. Schottky, Arch. f. Elektrotechn. **8**, 1 und 299, 1919/20.
7) H. Barkhausen, Lehrbuch der Elektronenröhren, Bd. 1, S. 69ff. 4. Aufl. Hirzel, Leipzig 1942.
8) H. W. Paehr, Zeitschr. d. Fernseh-AG. **1**, 153, 1939.
9) W. Heimann, Fernsehen u. Tonfilm **6**, 1, 1935.
10) B. v. Borries und E. Ruska, Zeitschr. VDI. **80**, 1075, 1936.
11) M. Knoll, Zeitschr. f. techn. Physik **17**, 604, 1936.
12) H. Rothe und W. Kleen, Grundlagen und Kennlinien der Elektronenröhren. Bücherei der Hochfr.-Technik, Bd. 2. Akademische Verlagsgesellschaft. Becker & Erler, Leipzig 1940.
13) I. G. Maloff und D. W. Epstein, Proc. J. R. E. **22**, 1386, 1934.
14) E. Schwartz, H. Strübig und H. W. Paehr, Zeitschr. d. Fernseh-AG. **1**, 5, 1938.
15) E. Brüche und O. Scherzer, Geometrische Elektronenoptik, S. 66. Springer, Berlin 1934.
16) E. Brüche, Geometrische Elektronenoptik, in Schröter, Fernsehen, S. 87. Springer, Berlin 1937.
17) Jahnke-Emde, Funktionentafeln, S. 107. Teubner, Leipzig und Berlin 1938.
18) L. Waldmann, Physik. Zeitschr. **38**, 654, 1937.
19) F. Ollendorff, Potentialfelder der Elektrotechnik, S. 297. Springer, Berlin 1932.
20) F. Kottler, Elektrostatik der Leiter, in Geiger-Scheel, Handbuch der Physik, Bd. XII, S. 424. Springer, Berlin 1927.
21) A. Sándor, Arch. f. Elektrotechn. **35**, 353, 1941.
22) R. R. Law, Proc. J. R. E. **25**, 954, 1937.
23) D. B. Langmuir, Proc. J. R. E. **25**, 977, 1937.
24) B. v. Borries und J. Dosse, Arch. f. Elektrotechn. **32**, 221, 1938.
25) W. Reusse und N. Ripper, TFT. **29**, 68, 1940.
26) M. Ploke, Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. **19**, 13, 1938.
27) L. Langmuir, Physik. Zeitschr. **15**, 348 und 516, 1914.
28) Brüche und Recknagel, siehe a. a. O., S. 173ff.
29) G. Jobst, Telefunken-Ztg. **12**, 29, 1931.
30) J. Langmuir und K. Blodgett, Physic. Rev. **24**, 49, 1924.
31) W. Schottky, Physik. Zeitschr. **15**, 526, 1914.
32) J. Langmuir, Physic. Rev. **21**, 419, 1923.
33) A. Recknagel, Zeitschr. f. techn. Phys. **12**, 643, 1936.
34) H. Busch und E. Brüche, Beiträge zur Elektronenoptik. Artikel von A. Recknagel, S. 42. Barth, Leipzig 1937.
35) A. Recknagel, Hochfrequenztechn. u. Elektroakustik **51**, 66, 1938.
36) Brüche und Recknagel, siehe a. a. O., S. 135ff.
37) E. Schwartz, Zeitschr. f. techn. Phys. **19**, 454, 1938.
38) E. Gundert, Die Telefunkenröhre 1941, Heft 19/20, S. 61.
39) P. Görlich und M. Ploke, Photographie und Forschung **2**, 197, 1938.
40) E. Brüche und O. Scherzer, siehe a. a. O., S. 73.
41) N. Semenoff und A. Walther, Zeitschr. f. Phys. **19**, 136, 1923.
42) E. Schwartz, Physik. Zeitschr. **44**, 548, 1943.

Dresden.

(Eingegangen 3. April 1944)

Zur Wirkungsweise von Mischstufen im Dezimeter- und Zentimeterwellengebiet

Von Albert Weißfloch

(Aus dem Laboratorium der Funkstrahl-Gesellschaft für Nachrichtentechnik m. b. H., Berlin)

Zusammenfassung

In Empfängern des Dezimeter- und Zentimeterwellengebietes werden meistens Dioden oder Detektoren als Mischstufen verwendet. Weil es zur Zeit noch nicht möglich ist, diese hohen Frequenzen direkt zu verstärken, muß auf diese Weise zunächst eine niedrigere Zwischenfrequenz gewonnen werden.

Bei nicht allzu hohen Frequenzen ist das Verhalten der Mischstufen aus ihren statischen Kennlinien errechenbar. Insbesondere aber bei Zentimeterwellen treten durch die Laufzeit der Elektronen in den Dioden und durch zusätzliche Kreisverluste im Aufbau Effekte auf, die von den statischen Kennlinien nicht erfaßt werden. Im vorliegenden Aufsatz wird nun eine allgemeine Theorie aufgestellt, die es ermöglicht, aus Kennlinienfeldern (nicht statischen), die auch bei Zentimeterwellen meßbar sind, die Wirkungsweise solcher Mischstufen für die verschiedensten Arbeitsbedingungen (Vorspannung, zwischenfrequenter Außenwiderstand usw.) zu errechnen. Die Theorie gilt für alle additiven Mischstufen und es ist für sie nicht notwendig, das Zustandekommen des Gleichrichtereffektes in der Mischstufe im einzelnen zu kennen.

Die abgeleiteten Formeln erlauben die unmittelbare Berechnung des Nutzeffektes $\eta = N_z/N_e$ (N_e = der Mischstufe zugeführte Signalleistung, N_z = von der Mischstufe abgegebene zwischenfrequente Wirkleistung) und des für die Güte der Mischstufe maßgebenden Verhältnisses $N_z/N_e N_r$ (N_r = zwischenfrequente Rauschleistung) allein aus den erwähnten Kennlinienfeldern.

Bezeichnungen

$\mathfrak{U} \sin \omega t$	= an den Klemmen der Mischstufe liegende Hochfrequenzspannung.
$J \sin(\omega t + \varphi)$	= der Mischstufe zufließende Grundwelle des Stromes.
$\Re$	= der sich aus $\mathfrak{U} \sin \omega t$ und $J \sin(\omega t + \varphi)$ ergebende komplexe Eingangswiderstand der Mischstufe.
N	= der Mischstufe im Mittel einer Hochfrequenzperiode zufließende Wirkleistung.
V	= an der Mischstufe liegende Gleichspannung und Momentanwert der Zwischenfrequenzspannung.
$i = i(N, V)$	= Richtstrom in der Mischstufe.
$\mathfrak{U}_0 \sin \ddot{u} t$	= Oszillatorspannung an den Klemmen der Mischstufe.
$\varkappa \mathfrak{U}_0 \sin(1 + \varepsilon)\, \ddot{u} t$	= Empfangsspannung ($\varkappa \ll 1$, $\varepsilon \ll 1$).
$\Delta N, \Delta \mathfrak{U}, \Delta i$ $\Delta V, \Delta R, \Delta \Re$	= Änderungen im Verlauf einer Zwischenfrequenzperiode.
R_a	= zwischenfrequenter Außenwiderstand.
$\Delta \mathfrak{U}_0, \Delta N_0$	= Spannungs- bzw. Leistungsänderungen im Verlauf einer Zwischenfrequenzperiode, die vom Oszillator verursacht werden und von der Ankopplung des Oszillators an die Mischstufe abhängen.
ψ	= Phasenwinkel zwischen $\mathfrak{U}_0$ und $\Delta \mathfrak{U}_0$.
ϱ	= von der Oszillatorankopplung abhängige Zahl.
$R, \Delta R$	= durch verlustlosen Vierpol auf Ohmsche Werte transformierter Hochfrequenzeingangswiderstand und seine Änderung.
$\Delta \widetilde{V}, \Delta \widetilde{N}, \Delta \widetilde{R}, \Delta \widetilde{\mathfrak{U}}_0$	= Amplitude der zwischenfrequenten Änderungen.
$\frac{\partial}{\partial N}$	= partielle Ableitung nach N bei konstantem V (Steilheit der Kurve V konstant).
$\frac{\partial}{\partial V}$	= partielle Ableitung nach V bei konstantem N (Steilheit der Kurve N konstant).
N_e	= der Mischstufe zugeführte Empfangswirkleistung.
N_z	= von der Mischstufe abgegebene zwischenfrequente Nutzleistung.
N_r	= von der Mischstufe abgegebene zwischenfrequente Rauschleistung.
$i_{ra}^2 = \frac{4 k T \Delta f}{R_a}$	= Quadrat des Rauschkurzschlußstromes des Widerstandes R_a.
$i_{rM}^2 = i_{rM}^2(N, V)$	= Quadrat des zwischenfrequenten Rauschkurzschlußstromes der Mischstufe.
i_r	= tatsächlich über den Außenwiderstand R_a fließender zwischenfrequenter Rauschstrom.
$i_{rK}^2 = i_{rM}^2 + i_{ra}^2$	

I. Einleitung

Für empfindlichere Empfangsschaltungen kommen im Dezimeter- und Zentimeterwellengebiet hauptsächlich Diodenmischstufen in Frage. Es sind bereits eine Reihe von Aufsätzen hierüber erschienen (vgl. z. B. [1][1]), [2], [3], wo noch weiteres Schrifttum angegeben ist). Die erwähnten Aufsätze gehen bei den Untersuchungen der Mischstufe von den statischen Kennlinien aus. Infolge der auftretenden Laufzeiteffekte und zusätzlichen Wirkleistungsverluste im Aufbau (vgl. [4]) ist die Wirkungsweise aus den statischen Kennlinien nicht ohne weiteres restlos berechenbar. Zur Erfassung der wirklichen Verhältnisse kann man versuchen, die Rechnungen aus den statischen Kennlinien durch theoretische Erwägungen auch auf die laufzeitbehafteten Dioden zu erweitern oder man kann, wie nachfolgend geschehen wird, die wirklichen Verhältnisse nicht aus den statischen, sondern aus Kennlinien errechnen, die auch bei Zentimeterwellen ohne besondere Schwierigkeiten experimentell aufgenommen werden können und in denen bereits die oben erwähnten Laufzeiteffekte und Wirkleistungsverluste mit enthalten sind.

Die Rechtfertigung zur letzteren Auffassung mag aus folgendem Beispiel hervorgehen: Die Wirkungsweise irgendeiner vorliegenden Röhre entnimmt man auch bei längeren Wellen aus experimentell gemessenen Kennlinien und trennt die Frage, wie diese Kennlinien auf Grund der geometrischen Abmessungen des Elektrodenaufbaues usw. zustande kommen, zweckmäßigerweise als eigene Forschungsaufgabe ab. Ähnlich, nur gewissermaßen um eine Stufe höher, ist es hier. Wir gehen von experimentellen Kennlinien aus, die bereits die Kurzwelleneinflüsse mit erfassen. Die theoretische Erklärung, wie diese Kennlinien aus den statischen zu erhalten sind, wird damit als besondere Aufgabe abgetrennt, die hier nicht weiter behandelt wird.

Die nachfolgende Theorie beschränkt sich aber durchaus nicht auf Dioden, sondern gilt für alle additiven Mischstufen, z. B. auch Detektoren.

II. Die Kennlinienfelder der Mischstufe

Fig. 1 stellt schematisch dar, wie z. B. der Aufbau einer Mischstufe bei Dezimeter- und Zentimeterwellen aussehen kann.

Die Elektroden der Diode selbst sind bei diesen hohen Frequenzen für die unmittelbare Messung unzugänglich. Der Aufbau kann aber, wie in Fig. 1, stets so erfolgen, daß sich eine zugängliche Stelle A ergibt, z. B. auf einer homogenen Leitung, wo die vom Oszillator und die von der Antenne kommenden Spannungen bereits zusammengeführt sind. Diese Stelle A sei nachfolgend als Eingangsklemmen der Mischstufe angesehen.

Legt man bei A eine sinusförmige Hochfrequenzspannung $\mathfrak{U} \sin \omega t$ an, so fließt dort irgendein verzerrter Strom der Mischstufe zu. Nach Fourier zerlegt enthält dieser eine Grundwelle $J \sin(\omega t + \varphi)$. Durch den Quotienten $\mathfrak{U} \sin \omega t / J \sin(\omega t + \varphi)$ wird ein im allgemeinen komplexer Widerstand $\mathfrak{R}$ für die Mischstufe definiert.

Die Wirkleistungsaufnahme N der Mischstufe kennt man, wenn die Spannung und die Stromkomponente $J \sin(\omega t + \varphi)$ bzw. der eben definierte Widerstand $\mathfrak{R}$ der Mischstufe bekannt sind, denn man wird diese jedenfalls so aufbauen, daß für die Oberwellen nirgends ein Spannungsabfall entsteht, damit nicht unnötige Wirkleistung verloren geht.

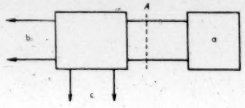


Fig. 1. Schematischer Aufbau einer Mischstufe. a = Mischstufe, b = von der Empfangsantenne, c = vom Überlagerer.

Für den Aufbau zwischen der Diode selbst und der Stelle A (Fig. 1) gibt es unendlich viele Möglichkeiten. Da man den Aufbau aber jedenfalls möglichst verlustfrei gestalten wird, wird bei all diesen Schaltungen bei gleicher zugeführter Wirkleistung N (bei konstanter Frequenz und sonst unveränderten Betriebsbedingungen) auch an den Elektroden der Diode die gleiche Wechselspannung auftreten. Diese Wechselspannung hat in der Diode einen Richtstrom i zur Folge, dessen Größe gleichzeitig noch von der an den Elektroden liegenden Gleichspannung V abhängt. Unter den gemachten Voraussetzungen ist also i ausschließlich von N und V abhängig, was wir in der Form

$$i = i(N, V) \tag{1}$$

schreiben können, und nicht von der zufälligen Schaltung zwischen der Stelle A und der Diode selbst. Durch diese Tatsache wird gerechtfertigt, daß wir in unseren Überlegungen die Wirkleistung N statt der Spannung $\mathfrak{U}$ einführen.

Die Funktion (1) kann auch bei Zentimeterwellen in einem geeigneten, möglichst verlustlosen Schaltungsaufbau ohne besondere Schwierigkeiten experimentell gemessen werden. Gra-

1) Siehe Literaturverzeichnis.

phisches Auftragen der Meßwerte ergibt ein Kennlinienfeld (Fig. 2).

Der oben definierte Widerstand $\Re$ der Mischstufe ist gleichfalls von der Größe der angelegten Hochfrequenzspannung abhängig oder – was auf

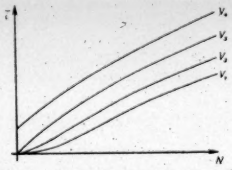


Fig. 2. Richtstromkennlinienfeld einer Mischstufe. i = Richtstrom, N = zugeführte Hochfrequenzwirkleistung, V = an der Mischstufe liegende Gleichspannung.

dasselbe hinausgeht – von der zugeführten Hochfrequenzleistung N und von der Gleichspannung V. Es ist also ebenfalls

$$\Re = \Re(N, V). \qquad (2)$$

Die Abhängigkeit (2) kann in einem Schaltungsaufbau wie in Fig. 1 gleichfalls bei Zentimeterwellen ohne weiteres gemessen werden. Man erhält in der komplexen Widerstandebene ein Feld, wie es Fig. 3 schematisch darstellt. Allerdings

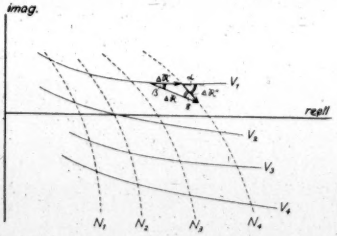


Fig. 3. Auf die Stelle A (Fig. 1) bezogener hochfrequenter Eingangswiderstand der Mischstufe in Abhängigkeit von N und V.

hängt in diesem Falle der absolute Wert von $\Re$ vom speziellen Schaltungsaufbau zwischen der Stelle A und der Diode ab. Wie wir später sehen werden, benötigen wir aber nur das „relative Verhalten" von $\Re$, das man aus jeder in irgendeiner beliebigen Schaltung gemessenen Abhängigkeit (2) entnehmen kann.

Die Beziehungen (1) und (2) stellen die Kennlinienfelder dar, aus denen nachfolgend die Wirkungsweise der Mischstufe berechnet werden soll. Zur experimentellen Bestimmung dieser Kennlinien mag noch folgendes bemerkt werden. Die Impedanz $\Re$ ist aus der Spannungsverteilung längs der homogenen Leitung, auf der A (Fig. 1) gewählt wird, leicht zu ermitteln. Neben der Gleichspannung V mag statt der Wirkleistung N zunächst der Richtstrom i als Variable angesehen werden. Aus der mit der Abtastsonde zur Ermittlung der Spannungsverteilung gemessenen relativen Spannung und der Impedanz $\Re$ ist dann zunächst in einem relativen Maßstab die Wirkleistung N zu bestimmen. Indem man an die Meßleitung statt der Mischstufe vor- oder nachher ein Bolometer anschließt, kann die relative Leistungsmessung in absolute Werte umgerechnet werden.

III. Qualitative Erklärung der Wirkungsweise der Mischstufe

Die Wirkungsweise beim Mischvorgang kann man sich folgendermaßen erklären: An den Klemmen A (Fig. 1) liegen gleichzeitig zwei Hochfrequenzspannungen: die Oszillatorspannung $\mathfrak{U}_0 \sin \ddot{u}t$ und die Empfangsspannung $\varkappa \mathfrak{U}_0 \sin (1+\varepsilon)\ddot{u}t$ ($\varkappa \ll 1$, $\varepsilon \ll 1$). Beide Spannungen können zu einer einzigen, nahezu sinusförmigen Spannung von der Oszillatorfrequenz zusammengefaßt werden, deren Amplitude im Rhythmus der Zwischenfrequenz schwankt. (Rechnerisch ist das die Umkehrung der Seitenbandzerlegung.) Die Amplitude dieser Spannung wird um $\pm \varkappa \mathfrak{U}_0$ schwanken, was, wie wir sehen werden, durch weitere Effekte überlagert wird, so daß wir allgemein von einer Spannungsschwankung $\pm \Delta \mathfrak{U}$ reden wollen. Die Spannungsschwankungen $\pm \Delta \mathfrak{U}$ im Rhythmus der Zwischenfrequenz, die wir im Verhältnis zur Hochfrequenz als sehr langsam ansehen können, bedeuten eine Schwankung $\pm \Delta N$ der Hochfrequenzleistung N, was nach Gleichung (1) eine Schwankung des Gleichstromes i im Rhythmus der Zwischenfrequenz zur Folge hat (N bedeutet hier die mittlere Wirkleistung während einer Hochfrequenzperiode und i den mittleren Gleichstrom). Diese Gleichstromschwankungen Δi sind aber nichts anderes als der Zwischenfrequenzstrom der Mischstufe.

Bei der rechnerischen Erfassung der Vorgänge ist zu berücksichtigen, daß die Änderung einer Größe im allgemeinen sofort auch die Änderung aller anderen Größen zur Folge hat: Die Gleichstromschwankungen Δi rufen über dem zwischenfrequenten Außenwiderstand R_a Schwankungen $\Delta V = -R_a \Delta i$ von V hervor, was nach Gleichung (1) sich wieder rückwärts auf Δi auswirkt.

Nach Gleichung (2) sind mit den Änderungen von ΔN und ΔV automatisch Änderungen $\Delta \Re$ von $\Re$ verbunden. In Fig. 4 sei schematisch die Ankopplung eines Oszillators an eine Mischstufe

ganz allgemein dargestellt. Wenn sich in einer solchen Schaltung der Widerstand $\mathfrak{R}$ um $\Delta\mathfrak{R}$ verändert, so ändert sich damit im allgemeinen auch der dem Widerstand zufließende Strom bzw. die vom Oszillator an ihn gelegte Spannung $\mathfrak{U}_0$ um einen Wert $\Delta\mathfrak{U}_0$. Der Zusammenhang von $\Delta\mathfrak{U}_0$ und $\Delta\mathfrak{R}$ hängt dabei ganz vom speziellen Aufbau der Schaltung ab und es kann bei komplexen Widerständen $\Delta\mathfrak{U}_0$ auch einen Phasenwinkel $\varphi \neq 0$ mit $\mathfrak{U}_0$ bilden. Die kleine Änderung $\Delta\mathfrak{U}_0$, die wiederum eine kleine Änderung ΔN_0 hervorruft, ist so klein, daß sie vom Oszillator selbst natürlich nicht verspürt wird, sie könnte aber von der Größenordnung $\varkappa\mathfrak{U}_0$ sein und sich somit in der Größe des entstehenden Zwischenfrequenzstromes bemerkbar machen.

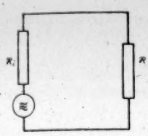


Fig. 4. Schematisches Ersatzschaltbild für die Ankopplung des Überlagerers an der Mischstufe.

IV. Bemerkungen zur Funktion $\mathfrak{F}(\mathfrak{R})$

Die Impedanz $\mathfrak{R}$, die man in irgendeiner Schaltung Fig. 1 auf eine Stelle A bezogen, mißt, ist im allgemeinen komplex. Neben dem Wert von $\mathfrak{R}$ selbst interessieren, wie wir oben gesehen, kleine Änderungen $\Delta\mathfrak{R}$, denn wenn sich die Wirkleistung N um eine kleine Größe ΔN ändert, so wird sich gemäß Gleichung (2) auch $\mathfrak{R}$ um eine kleine Größe $\Delta\mathfrak{R}'$ verschieben (Fig. 3), variiert V um ΔV, so variiert ebenfalls $\mathfrak{R}$ um eine kleine Größe $\Delta\mathfrak{R}''$, und bei Auftritt beider Änderungen ändert sich $\mathfrak{R}$ um $\Delta\mathfrak{R} = \Delta\mathfrak{R}' + \Delta\mathfrak{R}''$.

$\Delta\mathfrak{R}'$ und $\Delta\mathfrak{R}''$ können im allgemeinen in der komplexen Ebene nach ganz verschiedenen Richtungen zeigen (Fig. 3). Bei langen Wellen nimmt bei einer Mischstufe an der Elektronenstrecke sowohl mit zunehmender Leistung N als auch mit zunehmender Gleichspannung V der rein Ohmsche Widerstand im Werte ab. Das heißt, auf die Elektronenstrecke bezogen, ändert sich $\Delta\mathfrak{R}'$ und $\Delta\mathfrak{R}''$ nur in einer Richtung, bei beliebigen Werten beider Variablen N und V, und zwar auf der reellen Achse. Schaltet man der Diode irgendeinen Vierpol vor, so können daher auf den Eingang desselben bezogen, $\Delta\mathfrak{R}'$ und $\Delta\mathfrak{R}''$ mit veränderlichem N oder V auch nur in einer Richtung variieren. Messungen bei Zentimeterwellen zeigen, daß dort dies nicht mehr allgemein zutrifft. Es sind dann $\Delta\mathfrak{R}'$ und $\Delta\mathfrak{R}''$ vektoriell zu addieren (Fig. 3). $\Delta\mathfrak{R} = \Delta\mathfrak{R}' + \Delta\mathfrak{R}''$ weist hier in eine von $\Delta\mathfrak{R}'$ und $\Delta\mathfrak{R}''$ abweichende Richtung, die nicht nur vom Winkel α zwischen den Richtungen $\Delta\mathfrak{R}'$ und $\Delta\mathfrak{R}''$, sondern auch noch vom Verhältnis der Längen $|\Delta\mathfrak{R}'|$ und $|\Delta\mathfrak{R}''|$ abhängt. Für den Betrag von $|\Delta\mathfrak{R}|$ ergibt sich dann $|\Delta\mathfrak{R}| = |\Delta\mathfrak{R}'| \cos\beta + |\Delta\mathfrak{R}''| \cos\gamma$.

Um nachfolgend nicht mit komplexen Widerständen rechnen zu brauchen, denken wir uns die Schaltung Fig. 1 bei A aufgetrennt und dort

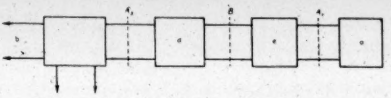


Fig. 5. Schematischer Aufbau einer Mischstufe gemäß Fig. 1 nach Zwischenschaltung zweier reziproker Vierpole d und e derart, daß bei B der Eingangswiderstand der Mischstufe rein Ohmsch erscheint.

in Reihe hintereinander zwei verlustlose Vierpole eingeschaltet (Fig. 5). Der an die Mischstufe anschließende erste Vierpol soll die Eigenschaft haben, daß er den im Betriebsfall bei A auftretenden komplexen Widerstand $\mathfrak{R}$, auf die Stelle B bezogen, in einen rein Ohmschen Widerstand R transformiert und daß, auf die Stelle B bezogen, die durch ΔN und ΔV im Betriebsfall hervorgerufene Widerstandsänderung $\Delta\mathfrak{R}$ als eine rein Ohmsche Widerstandsänderung ΔR von R erscheint. Diese Forderung läßt sich durch einen verlustlosen Vierpol jeweils stets realisieren[2]). An den ersten anschließend, schalten wir einen zweiten, ebenfalls stets möglichen verlustlosen Vierpol, der die reziproken Transformationseigenschaften des ersten hat. Durch das Einschalten der beiden Vierpole wird dann an der Gesamtschaltung elektrisch nichts geändert. Wir haben aber erreicht, daß wir es an der neuen Bezugsstelle B (Fig. 5) nur mit rein Ohmschen Hochfrequenzwiderständen zu tun haben. Wir wollen weiterhin annehmen, daß die Schaltung zwischen Diode und der Bezugsstelle A sowie die beiden Zusatzvierpole in Fig. 5 so ausgeführt seien, daß ihre Frequenzabhängigkeit im Bereich zwischen Oszillator- und Empfangsfrequenz zu vernachlässigen ist.

Der Wert von $\mathfrak{R}$ bzw. von R ist von der jeweiligen Hochfrequenzschaltung abhängig. Das gleiche gilt für die Werte der kleineren Änderungen $\Delta\mathfrak{R}'$, $\Delta\mathfrak{R}''$ und $\Delta\mathfrak{R}$. Da dem Übergang zu einer anderen Schaltung aber eine konforme Abbildung entspricht, wird das kleine Dreieck Fig. 3 stets wiederum in ein geometrisch ähnliches transformiert, d. h. die Winkel α, β, γ und daher auch die Werte $\cos\beta$ und $\cos\gamma$ bleiben unverändert.

Schließlich sei noch an folgende in [5] bewiesene Tatsache erinnert: Wenn durch einen verlustlosen Vierpol eine Impedanz $\mathfrak{R}_1$ in einen

2) Vgl. [5].

anderen Wert $\Re_2$ und die kleine Änderung $\Delta\Re_1$ in den Wert $\Delta\Re_2$ transformiert werden, so gilt für $|\Delta\Re_1| \ll$ Realteil von R_1 stets

$$\frac{|\Delta\Re_1|}{\text{Realt. v. } \Re_1} = \frac{|\Delta\Re_2|}{\text{Realt. v. } \Re_2}.$$

Letztere Tatsache hat für uns folgende Bedeutung: In jedem Schaltungsaufbau wird man eine andere Abhängigkeit (2) messen, aber für ein bestimmtes ΔN und ΔV wird sich aus all diesen verschiedenen Abhängigkeiten der gleiche Wert für $|\Delta\Re|$/Realteil von $\Re$ ergeben. Letzterer Ausdruck ist also vom speziellen Schaltungsaufbau unabhängig und er ist auch gleich dem auf die Stelle B (Fig. 5) bezogenen Wert $\frac{|\Delta R|}{R}$. Wie wir unten sehen werden, ist andererseits nur letzterer Ausdruck für die Berechnung der Wirkungsweise einer Mischstufe von Wichtigkeit. $\frac{|\Delta R|}{R}$ kann somit aus jeder an irgendeiner Schaltung vorgenommenen Messung ermittelt werden.

V. Rechnerische Erfassung der Wirkungsweise

Vom Oszillator kommt auf die Mischstufe die Spannung $\mathfrak{U}_0 \sin \ddot{u}t$. (Alle Größen werden nachfolgend auf die Stelle B Fig. 5 bezogen.) Durch die Änderung des Widerstandes R der Mischstufe kommt hinzu noch eine dem Betrag nach im Rhythmus der Zwischenfrequenz variierende kleine Spannungsänderung $\Delta\mathfrak{U}_0$ (Fig. 6), die mit $\mathfrak{U}_0 \sin \ddot{u}t$ zusammen die Spannung

$$(\mathfrak{U}_0 + |\Delta\mathfrak{U}_0| \cos\psi) \sin\left(\ddot{u}t + \frac{|\Delta\mathfrak{U}_0|}{\mathfrak{U}_0} \sin\psi\right)$$

ergibt. Die Antenne liefert an die Mischstufe die zusätzliche Spannung $\varkappa\mathfrak{U}_0 \sin(1+\varepsilon)\,\ddot{u}t$, wobei wir $\varkappa \ll 1$ und $\varepsilon \ll 1$ als sehr kleine Größen annehmen. Die durch die Änderungen von R hervorgerufenen Amplitudenänderungen von $\varkappa\mathfrak{U}_0$ sind kleine Größen zweiter Ordnung und werden deshalb vernachlässigt.

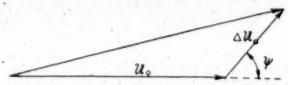


Fig. 6. Überlagererspannung $\mathfrak{U}_0$ und dessen zwischenfrequente Änderung gemäß Schaltung Fig. 4.

Insgesamt liegt an der Mischstufe somit eine Spannung

$$u = (\mathfrak{U}_0 + |\Delta\mathfrak{U}_0| \cos\psi) \sin\left(\ddot{u}t + \frac{|\Delta\mathfrak{U}_0|}{\mathfrak{U}_0} \sin\psi\right) + \varkappa\mathfrak{U}_0 \sin(1+\varepsilon)\,\ddot{u}t.$$

Durch rechnerische Umformung bekommt man hieraus unter Vernachlässigung kleiner Größen zweiter Ordnung

$$u = (\mathfrak{U}_0 + |\Delta\mathfrak{U}_0| \cos\psi) \sin\left(\ddot{u}t + \frac{|\Delta\mathfrak{U}_0|}{\mathfrak{U}_0} \sin\psi\right) + \varkappa\mathfrak{U}_0 \sin\left(\ddot{u}t + \frac{|\Delta\mathfrak{U}_0|}{\mathfrak{U}_0} \sin\psi + \varepsilon\,\ddot{u}t - \frac{|\Delta\mathfrak{U}_0|}{\mathfrak{U}_0} \sin\psi\right)$$

$$u = \mathfrak{U}_0\left(1 + \frac{|\Delta\mathfrak{U}_0|}{\mathfrak{U}_0} \cos\psi + \varkappa\cos\varepsilon\,\ddot{u}t\right) \sin\left(\ddot{u}t + \frac{|\Delta\mathfrak{U}_0|}{\mathfrak{U}_0} \sin\psi + \varkappa\sin\varepsilon\,\ddot{u}t\right). \tag{3}$$

Während der Dauer einer Hochfrequenzperiode ändern sich die Ausdrücke

$$\left(\frac{|\Delta\mathfrak{U}_0|}{\mathfrak{U}_0} \cos\psi + \varkappa\cos\varepsilon\,\ddot{u}t\right)$$

und

$$\left(\frac{|\Delta\mathfrak{U}_0|}{\mathfrak{U}_0} \sin\psi + \varkappa\sin\varepsilon\,\ddot{u}t\right)$$

so wenig, daß sie als konstant angesehen werden können. Wir haben somit eine nahezu sinusförmige Spannung mit der Oszillatorfrequenz vor uns.

Für eine solche Spannung erscheint die Mischstufe als ein Widerstand $R = R(N, V)$ oder $R = R(\mathfrak{U}, V)$. Ist $R_0 = R(\mathfrak{U}_0, V_0)$, so ist für die geänderte Spannungsamplitude $R = R_0 + \Delta R$, als welcher Widerstand die Mischstufe erscheint.

Die im Mittel während einer Hochfrequenzperiode in der Mischstufe verbrauchte Leistung ist gegeben durch

$$\left.\begin{aligned} N &= \frac{\mathfrak{U}_0^2\left(1 + \frac{|\Delta\mathfrak{U}_0|}{\mathfrak{U}_0} \cos\psi + \varkappa\cos\varepsilon\,\ddot{u}t\right)^2}{2(R_0 + \Delta R)} \\ &= N_0\left(1 + \frac{2|\Delta\mathfrak{U}_0|}{\mathfrak{U}_0} \cos\psi + 2\varkappa\cos\varepsilon\,\ddot{u}t - \frac{\Delta R}{R_0}\right). \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Wie bereits darauf hingewiesen, ist $\Delta\mathfrak{U}_0$ eine Folge von ΔR und hängt von der Schaltung ab (Fig. 4). Wenn sich R ändert, ändert sich die vom Oszillator an die Mischstufe gelegte Spannung $\mathfrak{U}_0$ ($\mathfrak{U}_0$ soll hier die Amplitude sein), statt der Spannung wollen wir die Leistung einführen.

st $N_0 = \mathfrak{U}_0^2/2\,R_0$. Wenn sich $\mathfrak{U}_0$ auf $\mathfrak{U}_0 + \Delta\mathfrak{U}_0$ R_0 auf $R_0 + \Delta R$ ändern, ist

$$+\Delta N_0 = \frac{|\mathfrak{U}_0 + \Delta\mathfrak{U}_0|^2}{2\,(R_0 + \Delta R)} = N_0\left(1 + \frac{2\,|\Delta\mathfrak{U}_0|}{\mathfrak{U}_0}\cos\psi - \frac{\Delta R}{R_0}\right).$$

st also

$$\frac{2\,|\Delta\mathfrak{U}_0|}{\mathfrak{U}_0}\cos\psi = \frac{\Delta N_0}{N_0} + \frac{\Delta R}{R_0}. \tag{5}$$

können setzen

$$\frac{\Delta N_0}{N_0} = \varrho\,\frac{\Delta R}{R_0}, \tag{6}$$

ei ϱ ein von der Schaltung (Fig. 4) abhän- r Wert ist, der weiter unten noch näher dis- ert wird. ΔN_0 ist die Änderung der Leistung, der Oszillator an die Mischstufe liefert, wenn R_0 um ΔR ändert.

Aus Gleichung (4) ergibt sich dann

$$N = N_0\left(1 + 2\varkappa\cos\varepsilon\ddot{u}t + \frac{\varrho\,\Delta R}{R_0}\right). \tag{7}$$

Änderung ΔR liegt ursächlich in der Ände- g ΔN und ΔV. Es ist deshalb

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{\partial R}{R_0\,\partial N}\Delta N + \frac{\partial R}{R_0\,\partial V}\Delta V, \tag{8}$$

wobei gemäß Fig. 3

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial R}{R_0\,\partial N}\Delta N &= \left|\frac{\partial \mathfrak{R}}{R_0\,\partial N}\right|\Delta N\cdot\cos\beta\\ \text{und}\qquad \frac{\partial R}{R_0\,\partial V}\Delta V &= \left|\frac{\partial \mathfrak{R}}{R_0\,\partial V}\right|\Delta V\cos\gamma.\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Gleichung (8) in (7) eingesetzt ergibt also

$$\Delta N = 2\varkappa N_0\cos\varepsilon\ddot{u}t + \varrho N_0\left(\frac{\partial R}{R_0\,\partial N}\Delta N + \frac{\partial R}{R_0\,\partial V}\Delta V\right)$$

und hieraus

$$\Delta N = \frac{2\varkappa N_0\cos\varepsilon\ddot{u}t + \varrho N_0\dfrac{\partial R}{R_0\,\partial V}\Delta V}{1 - \varrho N_0\dfrac{\partial R}{R_0\,\partial N}}. \tag{10}$$

Der in der Mischstufe fließende Gleichstrom i ist eine Funktion von N und V. Es ist also $i = i(N, V)$. Wenn sich N und V ändern, ändert sich auch i, und es ist

$$\Delta i = \frac{\partial i}{\partial N}\Delta N + \frac{\partial i}{\partial V}\Delta V \tag{11}$$

Gleichung (10) in (11) eingesetzt, ergibt dann

$$\Delta i = \frac{\partial i}{\partial N}\,\frac{2\varkappa N_0\cos\varepsilon\ddot{u}t + \varrho N_0\dfrac{\partial R}{R_0\,\partial V}\Delta V}{1 - \varrho N_0\dfrac{\partial R}{R_0\,\partial N}} + \frac{\partial i}{\partial V}\Delta V. \tag{12}$$

schen Δi und ΔV besteht aber die Beziehung

$$\Delta V = -R_a\,\Delta i, \tag{13}$$

n R_a der zwischenfrequente Außenwiderstand ist, über den der Strom Δi abfließt. Glei- ng (13) in (12) liefert

$$\Delta i = \frac{\partial i}{\partial N}\,\frac{2\varkappa N_0\cos\varepsilon\ddot{u}t}{1 - \varrho N_0\dfrac{\partial R}{R_0\,\partial N}} - R_a\left(\frac{\partial i}{\partial N}\,\frac{\varrho N_0\dfrac{\partial R}{R_0\,\partial V}}{1 - \varrho N_0\dfrac{\partial R}{R_0\,\partial N}} + \frac{\partial i}{\partial V}\right)\Delta i$$

r

$$\Delta i = \frac{2\varkappa N_0\dfrac{\partial i}{\partial N}\cos\varepsilon\ddot{u}t}{1 - \varrho N_0\dfrac{\partial R}{R_0\,\partial N} + R_a\left[\varrho N_0\dfrac{\partial i}{\partial N}\dfrac{\partial R}{R_0\,\partial V} + \dfrac{\partial i}{\partial V} - \varrho N_0\dfrac{\partial R}{R_0\,\partial N}\dfrac{\partial i}{\partial V}\right]}. \tag{14}$$

ergibt sich also in der Tat ein Zwischenfrequenzstrom $i_z\cos\varepsilon\ddot{u}t$ mit der Amplitude

$$i_z = \frac{2\varkappa N_0\dfrac{\partial i}{\partial N}}{1 - \varrho N_0\dfrac{\partial R}{R_0\,\partial N} + R_a\left[\varrho N_0\dfrac{\partial i}{\partial N}\dfrac{\partial R}{R_0\,\partial V} + \dfrac{\partial i}{\partial V} - \varrho N_0\dfrac{\partial R}{R_0\,\partial N}\dfrac{\partial i}{\partial V}\right]}. \tag{15}$$

Wenn die Empfangsspannung $\varkappa \mathfrak{U}_0$ vorliegen würde, wären wir damit fertig. In Wirklichkeit ist aber nicht die Spannung, sondern die Empfangsleistung N_e vorgegeben und wir müssen hieraus $\varkappa$ errechnen. Aus Gleichung (14) wird mit (12), (10), (8) und (5) der Ansatz gefolgert:

$$\left.\begin{aligned} \Delta V &= \widetilde{\Delta V} \cos \varepsilon \ddot{u} t & \Delta N &= \widetilde{\Delta N} \cos \varepsilon \ddot{u} t \\ \Delta R &= \widetilde{\Delta R} \cos \varepsilon \ddot{u} t & \Delta \mathfrak{U}_0 &= \widetilde{\Delta \mathfrak{U}_0} \cos \varepsilon \ddot{u} t , \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

wobei $\Delta V, \widetilde{\Delta N}, \widetilde{\Delta R}, \widetilde{\Delta \mathfrak{U}_0}$ die Amplituden der Schwankungen darstellen. Aus Gleichung (16) und (3) bekommen wir für die an der Mischstufe liegende Spannung

$$u = \mathfrak{U}_0 \left[1 + \left(\frac{\widetilde{\Delta \mathfrak{U}_0}}{\mathfrak{U}_0} \cos \psi + \varkappa \right) \cos \varepsilon \ddot{u} t \right] \sin \left(\ddot{u} t + \frac{\widetilde{\Delta \mathfrak{U}_0}}{\mathfrak{U}_0} \sin \psi \cos \varepsilon \ddot{u} t + \varkappa \sin \varepsilon \ddot{u} t \right).$$

Für diese Spannung ist der leistungsverbrauchende Teil der Mischstufe ein Widerstand $R_0 + \widetilde{\Delta R} \cos \varepsilon \ddot{u} t$. Damit ergibt sich für die Grundwelle ein Strom

$$i = \frac{\mathfrak{U}_0 \left[1 + \left(\frac{\widetilde{\Delta \mathfrak{U}_0}}{\mathfrak{U}_0} \cos \psi + \varkappa \right) \cos \varepsilon \ddot{u} t \right]}{R_0 + \widetilde{\Delta R} \cos \varepsilon \ddot{u} t} \sin \left(\ddot{u} t + \frac{\widetilde{\Delta \mathfrak{U}_0}}{\mathfrak{U}_0} \sin \psi \cos \varepsilon \ddot{u} t + \varkappa \sin \varepsilon \ddot{u} t \right)$$

$$i = \frac{\mathfrak{U}_0}{R_0} \sin \ddot{u} t + \varkappa \frac{\mathfrak{U}_0}{R_0} \sin (1 + \varepsilon) \ddot{u} t + \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{U}_0}{R_0} \left(\frac{\widetilde{\Delta \mathfrak{U}_0}}{\mathfrak{U}_0} \cos \psi - \frac{\widetilde{\Delta R}}{R_0} \right) \left[\sin (1 + \varepsilon) \ddot{u} t + \sin (1 - \varepsilon) \ddot{u} t \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{U}_0}{R_0} \frac{\widetilde{\Delta \mathfrak{U}_0}}{\mathfrak{U}_0} \sin \psi \left[\cos (1 + \varepsilon) \ddot{u} t + \cos (1 - \varepsilon) \ddot{u} t \right].$$

Als Stromanteil der Empfangsfrequenz ergibt sich also

$$i_e = \frac{\varkappa \mathfrak{U}_0}{R_0} \left(1 + \frac{\widetilde{\Delta \mathfrak{U}_0}}{2 \varkappa \mathfrak{U}_0} \cos \psi - \frac{\widetilde{\Delta R}}{2 \varkappa R_0} \right) \sin (1 + \varepsilon) \ddot{u} t + \frac{\varkappa \mathfrak{U}_0}{R_0} \frac{\widetilde{\Delta \mathfrak{U}_0}}{2 \varkappa \mathfrak{U}_0} \sin \psi \cos (1 + \varepsilon) \ddot{u} t.$$

Die Mischstufe erscheint somit von der Antenne her als ein Wirkwiderstand der Größe

$$R_A = \frac{R_0}{1 + \frac{\widetilde{\Delta \mathfrak{U}_0}}{2 \varkappa \mathfrak{U}_0} \cos \psi - \frac{\widetilde{\Delta R}}{2 \varkappa R_0}}, \tag{17}$$

dem ein Blindwiderstand der Größe

$$\frac{2 \varkappa \mathfrak{U}_0 R_0}{\widetilde{\Delta \mathfrak{U}_0} \sin \psi} \tag{18}$$

parallel geschaltet ist.

Wenn N_e die Empfangswirkleistung ist, die man auf die Mischstufe bringt, so ist

$$N_e = \frac{\varkappa^2 \mathfrak{U}_0^2}{2 R_0} \left(1 + \frac{\widetilde{\Delta \mathfrak{U}_0}}{2 \varkappa \mathfrak{U}_0} \cos \psi - \frac{\widetilde{\Delta R}}{2 \varkappa R_0} \right),$$

was vermöge Gleichung (5) und (6)

$$N_e = \varkappa^2 N_0 \left(1 + \frac{\varrho - 1}{4 \varkappa} \frac{\widetilde{\Delta R}}{R_0} \right) \tag{19}$$

ergibt.

Gleichung (8) in (19) eingesetzt, liefert dann

$$N_e = \varkappa^2 N_0 \left[1 + \frac{\varrho - 1}{4 \varkappa} \left(\frac{\partial R}{R_0 \partial N} \widetilde{\Delta N} + \frac{\partial R}{R_0 \partial V} \widetilde{\Delta V} \right) \right]. \tag{20}$$

Aus Gleichung (13) bekommen wir

$$\widetilde{\Delta V} = - R_a i_z$$

und aus Gleichung (10)

$$\widetilde{\Delta N} = \frac{2 \varkappa N_0 - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial V} R_a i_z}{1 - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N}}.$$

In Gleichung (20) eingesetzt, gibt das

$$N_e = \varkappa^2 N_0 \left\{ 1 + \frac{\varrho - 1}{4\varkappa} \left[\frac{2\varkappa N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N}}{1 - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N}} - \left(\frac{\partial R}{R_0 \partial V} + \frac{\varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial V} \frac{\partial R}{R_0 \partial N}}{1 - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N}} \right) R_a i_z \right] \right\}.$$

Wenn man aus Gleichung (15) den Wert von i_z hierin einsetzt, kann man $\varkappa$ berechnen.

$$N_e = \varkappa^2 N_0 \left\{ 1 + \frac{(\varrho - 1) N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N}}{2\left(1 - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N}\right)} - \frac{(\varrho - 1) R_a}{2} \frac{N_0 \partial i}{\partial N} \left(\frac{\partial R}{R_0 \partial V} + \frac{\varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial V} \frac{\partial R}{R_0 \partial N}}{1 - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N}} \right) \right.$$
$$\left. \left[1 - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N} + R_a \left(\varrho N_0 \frac{\partial i}{\partial N} \frac{\partial R}{R_0 \partial V} + \frac{\partial i}{\partial V} - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N} \frac{\partial i}{\partial V} \right) \right]^{-1} \right\}.$$

$\varkappa$ hieraus entnommen, wieder in Gleichung (15) eingesetzt, gibt die zwischenfrequente Nutzleistung $N_z = \frac{1}{2} i_z^2 R_a$ und den Nutzeffekt $\eta = \frac{N_z}{N_e}$ der Mischstufe. Es ist

$$\eta = \frac{N_z}{N_e} = \left\{ \frac{2 R_a N_0 \left(\frac{\partial i}{\partial N} \right)^2}{\left[1 - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N} + R_a \left(\varrho N_0 \frac{\partial i}{\partial N} \frac{\partial R}{R_0 \partial V} + \frac{\partial i}{\partial V} - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N} \frac{\partial i}{\partial V} \right) \right]^2} \right.$$
$$\left\{ 1 + \frac{(\varrho - 1) N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N}}{2\left(1 - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N}\right)} - \frac{1}{2} (\varrho - 1) R_a N_0 \frac{\partial i}{\partial N} \left(\frac{\partial R}{R_0 \partial V} + \frac{\varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial V} \frac{\partial R}{R_0 \partial N}}{1 - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N}} \right) \right. \quad (21)$$
$$\left. \left. \left[1 - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N} + R_a \left(\varrho N_0 \frac{\partial i}{\partial N} \frac{\partial R}{R_0 \partial V} + \frac{\partial i}{\partial V} - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N} \frac{\partial i}{\partial V} \right) \right]^{-1} \right\}^{-1} \right\}.$$

Für den Wirkwiderstand R_A, als welcher die Mischstufe für die Empfangsfrequenz erscheint, ergibt sich, weil $N_e = \frac{\varkappa^2 U_0^2}{2 R_A} = \frac{\varkappa^2 N_0 R_0}{R_A}$ oder $R_A = \frac{R_0 \varkappa^2 N_0}{N_e}$

$$R_A = R_0 \left\{ 1 + \frac{(\varrho - 1) N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N}}{2\left(1 - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N}\right)} - \frac{1}{2} (\varrho - 1) R_a N_0 \frac{\partial i}{\partial N} \left(\frac{\partial R}{R_0 \partial V} + \frac{\varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial V} \frac{\partial R}{R_0 \partial N}}{1 - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N}} \right) \right. \quad (22)$$
$$\left. \left[1 - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N} + R_a \left(\varrho N_0 \frac{\partial i}{\partial N} \frac{\partial R}{R_0 \partial V} + \frac{\partial i}{\partial V} - \varrho N_0 \frac{\partial R}{R_0 \partial N} \frac{\partial i}{\partial V} \right) \right]^{-1} \right\}^{-1}.$$

VI. Diskussion der Formel für den Nutzeffekt

Mit Gleichung (21) ist eine Formel abgeleitet, die es ermöglicht, den Nutzeffekt einer Mischstufe für jede Betriebsbedingung zu errechnen. N_0 bedeutet die der Mischstufe vom Oszillator zugeführte Wirkleistung. N_0 sowie die mittlere Gleichstromvorspannung V_0 und der Zwischenfrequenzwiderstand R_a sind von vornherein beliebig wählbar. Mit N_0 und V_0 ist dann auch der Arbeitspunkt im Kennlinienfeld $i = i(N, V)$ vorgegeben. Unter $\frac{\partial i}{\partial N}$ ist die Steilheit der Kenn-

linie $i = i(N, V_0)$ bei konstantem V_0 im Arbeitspunkt N_0, V_0 zu verstehen und ist somit aus dem Kennlinienfeld zu entnehmen. In gleicher Weise bedeutet $\frac{\partial i}{\partial V}$ die Steilheit der Kennlinie $i = i(N_0, V)$ bei konstantem N_0 im gleichen Arbeitspunkt.

Der auf die Stelle B (Fig. 5) bezogene Hochfrequenzeingangswiderstand der Mischstufe kommt in der Formel nur in der Form $\frac{\partial R}{R_0}$ vor. Wie oben ausgeführt, ist der Ausdruck $\frac{\Delta R}{R_0}$ und damit auch $\frac{\partial R}{R_0}$ vom speziellen Aussehen der Hochfrequenzschaltung unabhängig. Es kann daher $\Re = \Re(N, V)$ in irgendeiner beliebigen Schaltung gemessen werden und ergibt dann ein Feld, wie es in Fig. 3 schematisch dargestellt ist. Wenn der in Fig. 3 eingezeichnete Winkel α gleich 0 ist, können aus diesem Feld unmittelbar die Ausdrücke

$$\frac{\partial R}{R_0 \partial V} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{|\Delta \Re|}{\Delta V \cdot \text{Realt. v. } \Re_0}$$

und

$$\frac{\partial R}{R_0 \partial N} = \lim_{\Delta N \to 0} \frac{|\Delta \Re|}{\Delta N \cdot \text{Realt. v. } \Re_0}$$

entnommen werden. Ist $\alpha \neq 0$, so ist die genauere Auswertung allerdings schwieriger, weil dann

$$\frac{\partial R}{R_0 \partial N} = \lim \frac{|\Delta \Re|}{\Delta N \cdot \text{Realt. v. } \Re_0} \cos \beta$$

und

$$\frac{\partial R}{R_0 \partial V} = \lim \frac{|\Delta \Re|}{\Delta V \cdot \text{Realt. v. } \Re_0} \cos \gamma$$

und die Winkel β und γ vom Verhältnis $\widetilde{\Delta N}/\widetilde{\Delta V}$ abhängen, wobei in $\widetilde{\Delta V}$ gemäß Gleichung (13) z. B. der zwischenfrequente Außenwiderstand implizite mit enthalten ist. Eine Elimination der Winkel β und γ würde die Gleichung (21) aber ganz erheblich komplizieren. Man wird daher die keinen zu großen Einfluß ausübenden Winkel zunächst aus den übrigen Werten ungefähr abschätzen und kann sie dann aus dem sich hieraus ergebenden Verhältnis $\widetilde{\Delta N}/\widetilde{\Delta V}$ nachträglich nochmals korrigieren.

Schließlich tritt in der Gleichung (21) noch der Faktor ϱ auf, der von der Ausführung der speziellen Schaltung abhängt. Der Beziehung (6) zufolge gibt der Faktor ϱ an, wie sich die vom Oszillator der Mischstufe zufließende Hochfrequenzwirkleistung ändert, wenn die Mischstufe selbst im Zwischenfrequenzrhythmus ihren Hochfrequenzwiderstand ändert. Wir wollen die hier möglichen Fälle an einigen Beispielen erläutern.

Bei einer Brückenschaltung, bei der z. B. mit Duodioden häufig zwei Mischstufen zusammengeschaltet werden, liegen die Verhältnisse so, wie in Fig. 7 schematisch dargestellt. Wenn sich der

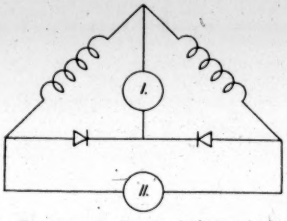


Fig. 7. Brückenschaltung (schematisch) zweier Mischstufen.

Oszillator bei I befindet, so sind von ihm aus gesehen zwei gleiche Mischstufen parallel geschaltet. Zu einem Zwischenfrequenzzeitpunkt, wo die eine den Hochfrequenzwiderstand $R_0 + \Delta R$ darstellt, erscheint die andere als $R_0 - \Delta R$. Beide zusammen erscheinen somit als Widerstand

$$\frac{(R_0 + \Delta R)(R_0 - \Delta R)}{2R} = \frac{R}{2},$$

was zur Folge hat, daß vom Oszillator her an ihnen stets eine gleichbleibende Hochfrequenzspannung liegt. Es ist also in diesem Falle $\Delta \mathfrak{U}_0 = 0$, was nach Gleichung (5) $\frac{\Delta N_0}{N_0} = -\frac{\Delta R}{R_0}$ oder $\varrho = -1$ ergibt. Würde sich nach Fig. 7 der Oszillator bei II befinden, so wären die beiden Mischstufen vom Oszillator aus in Reihe geschaltet. Während die eine den Widerstand $R_0 + \Delta R$ hat, wäre die andere wieder gleich $R_0 - \Delta R$. Die Hintereinanderschaltung beider würde stets den konstant bleibenden Widerstand $2R_0$ ergeben. Das bedeutet im vorliegenden Fall, daß der einzelnen Mischstufe ein konstant bleibender Hochfrequenzstrom J zufließen würde. Da $J^2 R_0 = N_0$ ist, wäre dieses Mal $\frac{\Delta N_0}{N_0} = \frac{\Delta R_0}{R_0}$, also $\varrho = +1$.

Konstant bleibende Spannung bzw. konstant bleibender Strom vom Oszillator her an der Mischstufe sind, wie man sich an Fig. 4 leicht veranschaulicht, übrigens die beiden extremen Fälle, die überhaupt möglich sind. Es ist also stets $-1 \leqq \varrho \leqq +1$.

Für eine ins einzelne gehende Diskussion ist die allgemeine Gleichung (21) zu kompliziert. Diese allgemeine Diskussion ist aber auch unnötig, denn in den speziell jeweils vorliegenden Fällen wird der Einfluß einzelner Ausdrücke der Gleichung (21) so klein, daß sie vernachlässigt werden können, wodurch dann die Formel jeweils eine bedeutend einfachere Gestalt annimmt

VII. Berücksichtigung des Rauschens

Für die Güte einer Mischstufe ist nicht allein der Nutzeffekt $\eta = N_z/N_e$, sondern das Verhältnis der zwischenfrequenten Nutzleistung zu der gleichzeitig im Zwischenfrequenzkreis auftretenden Rauschleistung N_r maßgebend. Es interessiert also in erster Linie der Ausdruck $\frac{\eta}{N_r} = \frac{N_z}{N_e N_r}$, der möglichst groß sein soll.

Die zwischenfrequente Rauschleistung hat ihre Ursache erstens im Zwischenfrequenzaußenwiderstand R_a. Ihm entspricht bekanntlich eine Rauscheinströmung

$$i_{ra}^2 = \frac{4\,kT\Delta f}{R_a}.$$

Dazu kommt das Rauschen der Mischstufe. Den zwischenfrequenten Kurzschlußrauschstrom i_{rM} der Mischstufe kann man experimentell ermitteln, indem man ihn in Abhängigkeit von der der Mischstufe zugeführten Hochfrequenzleistung N und der Gleichstromvorspannung V bestimmt. Die Messung ergibt dann ein Kennlinienfeld

$$i_{rM}^2 = i_{rM}^2(N, V).$$

Führt man sie mit dem auch zur Mischung verwendeten Oszillator durch, so enthält es auch das zwischenfrequente Rauschen, das unmittelbar vom Oszillator auf den Zwischenfrequenzkreis übertragen wird. Durch das Hinzukommen der sehr kleinen Hochfrequenzempfangsleistung dürfte sich an den Rauschverhältnissen wohl kaum etwas ändern.

Für den zwischenfrequenten Rauschkurzschluß i_{rK} der Gesamtanordnung ergibt sich dann

$$i_{rK}^2 = i_{ra}^2 + i_{rM}^2.$$

Der über den zwischenfrequenten Außenwiderstand R_a fließende tatsächliche Rauschstrom sei i_r. Dieser Strom erzeugt über den Außenwiderstand R_a ebenfalls einen Spannungsabfall $\Delta V = -R_a i_r$. Das hat wie oben eine Änderung ΔR des hochfrequenten Widerstandes der Mischstufe zur Folge, der im allgemeinen eine Änderung ΔN_0 der vom Oszillator zur Mischstufe fließenden Hochfrequenzleistung bewirkt. Es ist

$$\Delta R = \frac{\partial R}{\partial N}\Delta N_0 + \frac{\partial R}{\partial V}\Delta V$$

und andererseits

$$\frac{\Delta N_0}{N_0} = \varrho\frac{\Delta R}{R_0},$$

also

$$\frac{\Delta N_0}{\varrho N_0} = \frac{\partial R}{R_0\,\partial N}\Delta N_0 + \frac{\partial R}{R_0\,\partial V}\Delta V$$

oder

$$\Delta N_0 = \frac{\frac{\partial R}{R_0\,\partial V}\Delta V}{\frac{1}{\varrho N_0} - \frac{\partial R}{R_0\,\partial N}} = \frac{-\varrho N_0\frac{\partial R}{R_0\,\partial V}R_a i_r}{1 - \varrho N_0\frac{\partial R}{R_0\,\partial N}}.$$

Die Änderungen ΔN_0 und ΔV haben aber nach Gleichung (1) eine Änderung des in der Mischstufe fließenden Zwischenfrequenzstromes zur Folge und es muß offenbar sein

$$i_r - i_{rK} = \frac{\partial i}{\partial N}\Delta N_0 + \frac{\partial i}{\partial V}\Delta V$$

$$= -\left(\frac{\partial i}{\partial V} + \frac{\varrho N_0\frac{\partial R}{R_0\,\partial V}\frac{\partial i}{\partial N}}{1 - \varrho N_0\frac{\partial R}{R_0\,\partial N}}\right)R_a i_r$$

und hieraus

$$i_r = \frac{i_{rK}\left(1 - \varrho N_0\frac{\partial R}{R_0\,\partial N}\right)}{1 - \varrho N_0\frac{\partial R}{R_0\,\partial N} + \varrho N_0 R_a\left(\frac{\partial i}{\partial N}\frac{\partial R}{R_0\,\partial V} + \frac{1}{\varrho N_0}\frac{\partial i}{\partial V} - \frac{\partial i}{\partial V}\frac{\partial R}{R_0\,\partial N}\right)},$$

woraus sich als Rauschleistung ergibt

$$N_r = i_r^2 R_a = \frac{\left(i_{rM}^2 + \frac{4\,kT\Delta f}{R_a}\right)\left(1 - \varrho N_0\frac{\partial R}{R_0\,\partial N}\right)^2 \cdot R_a}{\left[1 - \varrho N_0\frac{\partial R}{R_0\,\partial N} + \varrho N_0 R_a\left(\frac{\partial i}{\partial N}\frac{\partial R}{R_0\,\partial V} + \frac{1}{\varrho N_0}\frac{\partial i}{\partial V} - \frac{\partial i}{\partial V}\frac{\partial R}{R_0\,\partial N}\right)\right]^2}.$$

Hieraus ist zusammen mit Gleichung (21) das interessierende Verhältnis $\frac{N_z}{N_e N_r}$ zu errechnen.

Literaturverzeichnis

1) M. I. O. Strutt, Philips techn. Rundschau **6**, 290, 1941.
2) H. Meinke, ENT. **20**, 39, 1943.
3) H. F. Matare, ENT. **20**, 48, 1943.
4) A. Weißfloch, ENT. **20**, 89, 1943.
5) A. Weißfloch, ENT. **19**, 259, 1942.

Berlin, Januar 1944.

(Eingegangen 6. April 1944)

Zur Feinwanderung an Abhebekontakten

Von E. Rüchardt und E. Kappler

Mit Tafel V

Zusammenfassung

1. Feinwanderung tritt nur auf, wenn die Spannung des Stromkreises oberhalb einer bestimmten Spannung V_K liegt, die vermutlich mit der Schmelzspannung des Materials zusammenhängt.
2. Ist $V > V_K$, so tritt beim Abreißen eine flüssige Brücke auf.
3. Die Wanderung beim Einschaltvorgang ist größenordnungsmäßig kleiner als diejenige beim Ausschalten.
4. Kathode und Anode haben allgemein sowohl bei geschlossenem Kontakt als auch beim Vorhandensein einer flüssigen Brücke verschiedene Temperatur. Jedoch hängt es vom Kontaktmaterial ab, ob die Anode oder die Kathode die heißere Elektrode ist. Für die Wanderung ist (jedenfalls bei großen Stromstärken) maßgebend die Temperaturverteilung in der flüssigen Brücke, die verschieden sein kann von derjenigen bei geschlossenem Kontakt.
5. Es ist für die Wanderung belanglos, ob der Kontakt während des Abreißens der flüssigen Brücke von Strom durchflossen wird oder nicht. Der Strom dient lediglich zur Herstellung der flüssigen Brücke und der in ihr vorhandenen Temperaturverteilung.

I. Betteridge und Laird[1]) haben folgendes festgestellt:

1. Beim Öffnen eines Kontaktes entsteht eine flüssige Brücke. Bei manchen Materialien (z. B. Platin) kann die Brücke stabil erhalten und mit dem Mikroskop beobachtet werden. Folgende zwei Erscheinungen sprechen ebenfalls für die Existenz einer flüssigen Brücke: Der Kontakt emittiert in diesem Zustand ein kontinuierliches Spektrum; ferner zeigt beim Öffnungsvorgang der zeitliche Verlauf der Spannung am Kontakt im allgemeinen zwei Stufen (Fig. 1), die nach Holm[2]) als Schmelz- bzw. Siedespannung zu deuten sind.
2. Schickt man durch den Kontakt einen starken Strom, so ist die Anode heißer als die Kathode. Diese Beobachtung bezieht sich auf den geschlossenen Kontakt (vollkommene Berührung, keine flüssige Brücke). Zur Erklärung wird der Thompson-Effekt herangezogen.
3. Die flüssige Brücke besitzt eine fallende Charakteristik. Es soll angenähert die Beziehung gelten:

$$V = \frac{C\,l}{J}$$

(J = Stromstärke, V = Spannung, l = Länge der flüssigen Brücke, C = Konstante).

Da andererseits der Brückenwiderstand $w = \varrho \frac{l}{q}$ ist, so folgt für den Querschnitt q der Brücke

$$q \sim J^2.$$

Die Beobachtungen 1 und 2 werden von den Verfassern zur Erklärung der Feinwanderung an Kontakten, die normalerweise in einer Materialwanderung von der Anode zur Kathode besteht, wie folgt herangezogen. Die Wanderung soll sowohl beim Öffnungs- als beim Schließungsvorgang auftreten, jedoch vorwiegend beim Schließungsvorgang. Die Wanderung beim Öffnungsvorgang erklärt sich nach den Beobachtungen 1 und 2 ohne weiteres. Da die Anode heißer ist, wird die flüssige Brücke von dem Anodenmaterial gebildet werden, so daß die Anode nach dem Abreißen der Brücke Material verliert zugunsten der Kathode. Beim Einschaltvorgang soll bei genügend hohem Strom zunächst ebenfalls eine flüssige Brücke entstehen, die wiederum wegen des Thompson-Effektes vom Anodenmaterial geliefert wird und die schließlich erstarrt, wenn die Kontakte sich vollständig berühren und der Kontaktwiderstand klein geworden ist. Beim darauffolgenden Öffnungsvorgang sollen die Kontakte an der Schweißstelle brechen; wir erhalten jedenfalls eine Wanderung von der Anode weg.

II. Unsere Beobachtungen:

1. Durch Trennung von Ein- und Ausschaltvorgang wurde an selbstinduktionsfreien Kreisen und prellfreien Kontakten festgestellt, daß jedenfalls bei Silber und Platin die Wanderung beim Schließungsvorgang größenordnungsmäßig kleiner ist als die beim Öffnungsvorgang [vgl. auch Holm[2])].
2. Es wurden an Silberkontakten Feinwanderungsmessungen in einem induktionsfreien Kreis bei einer Stromstärke von 8 A und bei Spannungen zwischen 0,2 und 8 Volt durchgeführt. Sie ergaben, daß keinerlei Wanderung auftritt, solange die Spannung unterhalb 0,6 Volt liegt. Die Wanderung steigt mit wachsender Spannung zuerst rasch, dann lang-

1) Betteridge und Laird, Journ. Inst. of the Electr. Eng. **82**, 625, 1938.

2) R. Holm, Die technische Physik der elektrischen Kontakte. Springer, Berlin 1941, S. 285.

samer an (Fig. 2; die Meßpunkte sind Mittelwerte aus 5–10 Einzelmessungen). Die Spannung von 0,6 Volt liegt nach Holm zwischen der Schmelz- und Siedespannung des Silbers (Schmelzspannung 0,35 Volt, Siedespannung 0,7 Volt).

Nach Messungen von Holm ist die Feinwanderung proportional dem Quadrat der Stromstärke J, die im Stromkreis bei geschlossenem Kontakt vorhanden ist. Es ist wohl richtiger, die Wanderung proportional zum Quadrat derjenigen Stromstärke J_A zu setzen, die beim Abreißen vorhanden ist. Es sei V die EMK. des Kreises, V_K die Kontaktspannung beim Abreißen, die wir nach Fig. 2 gleich 0,6 Volt setzen; R sei der Widerstand des gesamten Kreises bei geschlossenem Kontakt, R_K der Kontaktwiderstand beim Abreißen, dann ist $\frac{V}{V_K} = \frac{R+R_K}{R_K}$, d. h. $R_K = \frac{V_K R}{V - V_K}$. Ferner ist die Stromstärke beim Abreißen $J_A = \frac{V - V_K}{R}$. Bei Gültigkeit des quadratischen Gesetzes ist die Wanderung m

$$m = C J_A^2 = C\left(\frac{V - V_K}{V} \cdot J\right)^2.$$

Die ausgezogene Kurve der Fig. 2 ist nach dieser Formel berechnet, wobei die Konstante C so gewählt wurde, daß die Kurve durch den für $V = 8$ Volt gemessenen Wert von m hindurchgeht.

3. Anode und Kathode haben bei geschlossenem Kontakt (keine flüssige Brücke) im allgemeinen verschiedene Temperaturen. Die Kontakte wurden so stark belastet, daß sie glühten. Durch Umpolen der Spannung ergab sich dann eine Verschiebung der heißesten Stelle. Es ist jedoch nicht immer die Anode heißer als die Kathode. Bei folgenden Materialien war die Anode heißer: *W*; *Mo*; *Fe*; *Ni*; *Pt Ni* 91,5/8,5; *Pd Ag* 50/50 und *Au Pt* 50/50, während bei *Au Ni* 95/5 und *Cu Be* die Kathode heißer war. Bei Platin konnte keine Temperaturverschiebung beobachtet werden.
4. Eine flüssige Brücke konnte bei Platin und *Pt Ni* stabil erhalten und mikroskopisch beobachtet werden (Spannung 8 Volt, Stromstärke 30–80 A an 1 mm dicken Drähten). Hier gelang es auch, durch rasches Umpolen eine Temperaturverschiebung der flüssigen Brücke festzustellen. Fig. 3 zeigt eine photographische Aufnahme der flüssigen Brücke bei Platin. Bei beiden Materialien war jedoch die Kathode heißer. Messungen der Feinwanderung ergaben unter den gleichen Strom- und Spannungsbedingungen entsprechend der Temperaturverschiebung eine Wanderung von der Kathode zur Anode. Bei Platin wurde jedoch bei Strömen unterhalb 8 A vorwiegend eine Wanderung von der Anode weg festgestellt.

   Besonders interessant ist *Pt Ni*, bei dem ohne flüssige Brücke die Anode heißer ist, während in der flüssigen Brücke die Temperaturverteilung umgekehrt ist. Man kann also aus der Temperaturverteilung bei geschlossenen Kontakten keinen Schluß auf die Wanderung ziehen. Die Beobachtung der flüssigen Brücke gelang außerdem noch an verschiedenen Gold-Silber-Legierungen; jedoch konnte die Brücke beim Umpolen der Spannung nicht stabil erhalten werden. Die Wanderung erfolgte hier von der Anode weg.
5. Für die Materialwanderung ist es unwesentlich, ob während des Abreißvorgangs der Kontakt von Strom durchflossen wird oder nicht. Dies zeigt, daß der Stromdurchgang für die Wanderung nur insofern von Bedeutung ist, als er den für die Wanderung notwendigen Temperaturgradienten in der flüssigen Brücke herstellt. Um dies festzustellen, wurden an hochbelasteten Platinkontakten (8 Volt, 80 A) zwei Meßreihen der Feinwanderung durchgeführt. Bei der einen wurde der Strom unmittelbar vor dem Abreißen der flüssigen Brücke abgeschaltet, bei der anderen wurden die Elektroden unter Strom auseinandergezogen. Beide Meßreihen ergaben innerhalb der Meßgenauigkeit gleiche Wanderung.
6. Bei Platin und *Au Ag* wurde das Volumen der flüssigen Brücke mikroskopisch ausgemessen; es konnte für die beiden Materialien die von Betteridge und Laird geforderte Proportionalität des Brückenquerschnitts q mit J^2 (I, 3) festgestellt werden.
7. Aus dem Volumen der flüssigen Brücke und der Verschiebung der heißesten Stelle läßt sich die beim einmaligen Öffnen auftretende Materialwanderung berechnen. Sie stimmt innerhalb der Meßgenauigkeit mit der gemessenen Wanderung überein.

München, Physikalisches Institut der Universität; Hanau, Physikalisches Laboratorium der Firma W. C. Heraeus, Platinschmelze, am 14. August 1944.

(Eingegangen 17. August 1944)

Sekundäre Elektronenemission von Kristallphosphoren und *MgO* bei hohen Elektronengeschwindigkeiten

Von M. Knoll und B. Kühnreich

Zusammenfassung

Es wird für eine Reihe von Kristallphosphoren und für *MgO* der zweite Durchgang der Sekundäremissionskurve durch 1 (Primärgeschwindigkeit u_a für $\delta = 1$) durch Feststellung des Knickpunktes der Aufladekurve mit Variation von u_a untersucht und gefunden, daß dieser bei vielen Kristallphosphoren bei überraschend hohen Elektronengeschwindigkeiten liegt. Reproduzierte Ergebnisse werden bei den verwendeten Strahlströmen von der Größenordnung 10^{-8} A nur in den ersten Sekunden an einer zum erstenmal bestrahlten Stelle erhalten. Infolge der Bildung von Metallatomzentren findet während der Bestrahlung eine dauernde Herabsetzung der Sekundäremission und damit eine Verschiebung des Knickpunktes nach niedrigen Elektronengeschwindigkeiten statt, welche der beim *KCl* beobachteten Sekundäremissionsabnahme bei gleichzeitiger Verfärbung analog ist. Die so gefundenen Werte (Tabelle 1) unterscheiden sich nicht nur nach der Art, sondern auch nach dem Herstellungsverfahren der betreffenden Leuchtstoffe und liegen teilweise über 60 kV. Eine Ausnahme macht *ZnO*, das, wahrscheinlich wegen seiner relativ großen Leitfähigkeit, wie die reinen Metalle eine relativ kleine Sekundäremission besitzt. Gut kristallines *MgO* zeigt ebenfalls eine über 60 kV liegende Knickpunktspannung, jedoch keine wesentliche Abnahme mit der Bestrahlungszeit. Auffällig ist die niedrige Knickpunktspannung nicht kristalliner Isolatoren, z. B. von Wasserglas. Sämtliche Beobachtungen können mit der verschiedenen Beweglichkeit der Sekundärelektronen im nichtleitenden und mit ihrer Absorption durch Leitungselektronen im leitenden Körper erklärt werden.

Von verschiedenen Autoren wurde gefunden, daß sich die Sekundäremissionskurve (Abhängigkeit des Sekundäremissionsvermögens δ von der Elektronengeschwindigkeit u_a) einiger Isolatoren grundsätzlich nur wenig von derjenigen der Metalle unterscheidet und teilweise der Meinung Ausdruck gegeben, daß dies für alle Isolatoren gelte[1]). Andererseits ist bekannt, daß gerade in gut isolierenden Ionenkristallen Elektronen von wenigen Volt Geschwindigkeit wegen der elastischen Reflexion an den Elektronenschalen der Gitterionen relativ große Wege zurücklegen können[2]), so daß bei ihnen im Gegensatz zu Metallen auch noch die in größerer Tiefe gebildeten Sekundärelektronen zur Oberfläche gelangen müßten und also ihr Sekundäremissionsvermögen bei hohen Geschwindigkeiten der Primärelektronen sehr viel größer sein müßte als das der Metalle. Aus diesem Grunde erschien es angebracht, die Sekundäremission einiger Kristallphosphore bei höheren Elektronengeschwindigkeiten (bis 60 kV) zu messen.

Zur Prüfung des obengenannten Widerspruchs ist es nicht unbedingt nötig, den gesamten Verlauf der Sekundäremissionskurve zu kennen; zudem setzt deren Messung mit Rücksicht auf den hohen Widerstand der Ionenkristalle meist die Anwendung von Wechselstrommethoden voraus[3]), deren Aufwand größer und deren Durchführung bei hohen Elektronengeschwindigkeiten wegen des hohen Potentials der Kathode nicht immer einfach ist. Es genügt zunächst die Messung derjenigen Elektronengeschwindigkeit, bei welcher das Sekundäremissionsvermögen gerade gleich 1 wird. Eine derartige Messung ist leicht auszuführen, indem die zu messende Substanz, auf einer hochisolierten Metallplatte aufgebracht und von einer metallischen Sekundäremissionsanode umgeben, von einem Elektronenstrahl zunehmender Voltgeschwindigkeit (u_a) beschossen wird (Fig. 1). Dann schlägt ein zwischen

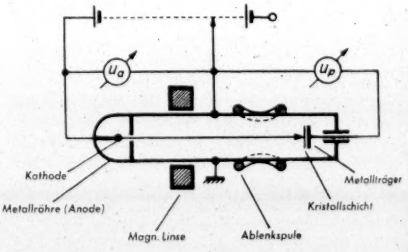


Fig. 1

die Anode (gleichzeitig Sekundäremissionsanode) und den Schichtträger angelegtes Elektrometer nicht aus, solange das Sekundäremissionsvermögen der Schicht größer als 1 ist; wird dieses kleiner als 1, so lädt sich die Schicht mit ihrer Unterlage auf die Spannung $-u_a \approx u_a - u_{a1}$ auf, wenn u_{a1} diejenige Elektronengeschwindigkeit bezeichnet, bei welcher das Sekundäremissions-

1) H. Bruining, Philips Techn. Rundschau **3**, 80, 1938; M. Vudynsky, Journ. Techn. Phys. USSR. **8**, 790, 1938; H. Salow, Zeitschr. f. techn. Phys. **21**, 8, 1940; W. Heimann und K. Geyer, ENT. **17**, 1, 1940. Die obenerwähnte Auffassung ist vielleicht dadurch entstanden, daß die genannten Autoren ihre Messungen nur bis zu Elektronengeschwindigkeiten von 3500 Volt und weniger durchgeführt haben.

2) Zum Beispiel sind die Wege der den inneren lichtelektrischen Effekt der Alkalihalogenidkristalle hervorrufenden Photoelektronen bei äußeren Feldern von 10^3 V/mm von der Größenordnung eines Millimeters (R. W. Pohl, Physik. Zeitschr. **39**, 46, 1938).

3) H. Salow, l. c.; W. Heimann und K. Geyer, l. c.

vermögen gerade 1 ist[4]). Die Größe von u_{p1}, das bei den meisten Metallen in der Nähe von 2 kV liegt, gibt einen Anhaltspunkt über die Abweichung der Sekundäremissionskennlinien der betreffenden Isolatoren von denjenigen der Metalle, die relativ nahe beieinander liegen.

Als Beobachtungsmaterial wurden verschiedene Leuchtstoffe in Form von Kristallpulvern ausgewählt, da bei ihnen die Zusammensetzung[5]), die Herstellung dünner Schichten und das Verhalten bei Beschießung mit Elektronen[6]) weitgehend bekannt sind. Das Auftragen auf den Schichtträger erfolgte durch Sedimentieren in stark verdünnter Wasserglaslösung. Durch Aufladungsmessungen an reinen Wasserglasschichten war sichergestellt, daß die nachstehend beschriebenen Meßresultate nicht etwa durch diese Auftragsmethode verursacht waren: Bei reinem, im Vakuum angetrockneten Wasserglas war u_{a1} nicht wesentlich größer als bei Metallen.

Die verwendete, zerlegbare Kathodenstrahlröhre besaß einen Glühkathodenkopf nach Seemann und ein anschließendes, etwa 1 m langes metallisches Laufrohr, an dessen Ende sich der isolierte und kühlbar eingeführte Leuchtstoffträger von etwa 5 cm Durchmesser befand. Durch eine magnetische Linse konnte der Elektronenstrahl auf diesen konzentriert werden; um gute Mittelwerte zu erhalten, wurde gewöhnlich mit 1 cm Fleckdurchmesser auf dem Leuchtschirm gearbeitet. Um ferner eine Verfälschung der Messungen durch Verdampfungsprodukte der direkt geheizten Kathode oder durch negative Ionen zu vermeiden, war die Achse des Laufrohrs um etwa 30° gegen die Achse des Glühkathodenkopfes geneigt. Die Evakuierung erfolgte durch eine Öldiffusionspumpe. Wegen der schon von Bey, Grootheer[7]) und Hagen (l. c.) im Geschwindigkeitsbereich 0–10 kV gefundenen, durch Aufladung hervorgerufenen Ermüdungserscheinungen der Lichtemission der Kristallphosphore wurde besonderer Wert auf die Beobachtung von u_{a1} unmittelbar nach der Beschießung eines neu eingebrachten Kristallphosphors gelegt.

Es zeigte sich nun in der Tat, daß bei den meisten der untersuchten Kristallphosphore mit Ausnahme von *ZnO* die Aufladung im Vergleich zu Metallen erst bei überraschend hohen Elektronengeschwindigkeiten beginnt (u_{a1} = 8000 bis 42000 V). Jedoch waren die gefundenen Werte von u_{a1} schlecht reproduzierbar; sie waren stets kleiner bei längerer Bestrahlungsdauer und größerer Strahlstromdichte. u_p war z. B. bei einer Stromdichte von $15 \cdot 10^{-6}$ A/cm² und u_a = 36 kV bei einer Bestrahlungsdauer von wenigen Minuten gleich 0, stieg aber nach einer Bestrahlungsdauer von 30 min in 6 min auf 10 kV[8]).

Als Ursache für dieses Verhalten wurde angenommen, daß durch die Elektronenbestrahlung in dem Kristallphosphor aus den Metallionen Dauerzentren in Form von Quasimetallatomen entstehen oder sogar sich Metallkolloid bildet, wodurch das Sekundäremissionsvermögen mehr und mehr herabgesetzt wird. Wahrscheinlich handelt es sich dabei um einen analogen Vorgang, wie ihn Bruining und de Boer[9]) schon bei 200 Volt an *NaCl* beobachtet haben – ein Vorgang, der bei genügend großer Bestrahlungsintensität als „Verfärbung" auch mit dem Auge beobachtet werden kann. Damit war der Weg zur Gewinnung reproduzierbarer Meßpunkte gefunden. Jede Messung darf nur wenige Sekunden dauern[10]), und es muß stets eine frische, noch nicht bestrahlte Stelle benutzt werden. Die dann gefundenen Werte für u_{a1} (Tabelle I) waren wesentlich besser reproduzierbar und lagen noch höher; unter neun untersuchten Leuchtstoffen befanden sich vier, bei denen auch bei der höchsten noch zur Verfügung stehenden Elektronengeschwindigkeit von 60 kV das Sekundäremissionsvermögen noch nicht unter 1 gesunken war.

Tabelle I Geschwindigkeit u_{a1} der Primärelektronen für $\delta = 1$ bei verschiedenen Leuchtstoffen

Leuchtstoff		u_{a1} (kV)
ZnS–ZnSe	(Telefunken)	22
ZnS–ZnSe[1])	(Prof. Schleede)	> 60
ZnS–CdS[1])	(Telefunken)	55
ZnS–CdS[2])	(Prof. Schleede)	18
ZnS–CdS[3])	(Prof. Schleede)	18
ZnS[2])	(Prof. Schleede)	> 60
Zn_2SiO_4	(Riedel de Haen)	> 60
$CaWO_4$	(Riedel de Haen)	> 60
ZnO	(Telefunken)	2,5
(Metalle)		~ 2
MgO	(Rauch)	> 60

1) Aus Chlorid ausgefällt. – 2) Aus Sulfat ausgefällt. – 3) Aus Sulfat ausgefällt, jedoch anderes Mischverhältnis *ZnS–CdS*.

4) Über Methodik und Fehlerquellen solcher und ähnlicher Aufladungsmessungen vgl. z. B. M. Knoll, Zeitschr. Techn. Phys. **11**, 467, 1935; H. Strübig, Zeitschr. Phys. **97**, 738, 1935; Phys. Zeitschr. **37**, 402, 1936; C. Hagen und H. Bey, Zeitschr. Phys. **104**, 681, 1937; H. Bey, Phys. Zeitschr. **39**, 605, 1938; H. Nelson, Journ. appl. Phys. **9**, 592, 1938; R. Frerichs und E. Krautz, Phys. Zeitschr. **40**, 228, 1939; K. Scherer, Arch. El. **34**, 143, 1940.

5) Vgl. z. B. A. Schleede, Zeitschr. f. angew. Chem. **53**, 378, 1940.

6) Vgl. z. B. C. Hagen, Physik. Zeitschr. **40**, 621, 1939; M. Knoll, Zeitschr. f. Phys. **116**, 385, 1940.

7) H. Bey, Physik. Zeitschr. **39**, 605, 1938; W. Grootheer, Zeitschr. f. Phys. **112**, 541, 1939.

8) M. Knoll, Telefunken-Hausmitt. **20** (Nr. 81), 75, 1939, und B. Kühnreich, Diss. Erlangen 1939.

9) H. Bruining und J. H. de Boer, Physica **6**, 823, 1939. Vgl. auch die Arbeit Anm. 12.

10) Außer beim *MgO* (vgl. unten).

Die Ursache für dieses Verhalten kann wohl nur darin gesucht werden, daß die Sekundärelektronen beim isolierenden Kristall aus wesentlich größeren Tiefen (praktisch aus der ganzen primären Reichweitenzone) an die Oberfläche gelangen als beim leitenden Metallkristall, wo sie wegen der Zusammenstöße mit den Leitungselektronen nur aus einer relativ stark absorbierenden dünnen Oberflächenzone stammen[11]), deren Dicke (10··50 $m\mu$) vom Sekundäremissionsmaximum ab mit der Primärgeschwindigkeit kaum noch zunimmt. Bei einer Elektronengeschwindigkeit von 60 kV sind z. B. bei einer Dichte von 4,0 (*ZnS*) in einer Schichttiefe von 5 μ noch 50 Proz. der Primärelektronen praktisch ohne Geschwindigkeitsverlust vorhanden und können Sekundärelektronen auslösen. *Die Sekundärelektronen kommen also hier wahrscheinlich aus einer zehn- bis hundertmal dickeren Schicht als bei reinen Metallen*, und der so verschiedene Verlauf beider Kennlinien bei höheren Primärgeschwindigkeiten erklärt sich daraus, daß die Sekundärelektronen vorwiegend in den tieferen Schichten der primären Reichweitenzone ausgelöst werden. Dies ist mit geeigneten Präparaten in einem Elektronenabtaster sogar unmittelbar nachweisbar[12]). Eine bemerkenswerte Ausnahme bildet das Zinkoxyd, das sich bezüglich des Durchganges der Sekundäremissionskurve durch 1 nahezu ebenso verhält wie ein Metall. Da das untersuchte Zinkoxyd eine um mehrere Größenordnungen bessere Leitfähigkeit und also eine entsprechend höhere Elektronenkonzentration besaß als die übrigen untersuchten Kristallphosphore, ist dieses Verhalten nicht überraschend.

Entsprechend dem eingangs erwähnten großen Diffusionsvermögen langsamer Elektronen durch ein Kristallgitter war anzunehmen, daß nicht nur für schlecht leitende Kristallphosphore, sondern auch für eine Reihe anderer schlecht leitender Kristalle noch bei höheren Elektronengeschwindigkeiten als 60 kV das Sekundäremissionsvermögen größer als 1 ist. Untersuchungen, die zu diesem Zweck an etwa 10 μ dicken kristallinen[13]) *MgO*-Schichten unternommen wurden, bestätigen diese Annahme. Hier bleibt aber die hohe Sekundäremissionsausbeute über relativ lange Bestrahlungszeiten (beobachtet bis mehrere Stunden) erhalten, weil im Gegensatz zum Zinksulfid und den Alkalihalogenidkristallen der Elektronenbeschuß keine „Verfärbung" bzw. Metallausscheidung hervorruft. Interessant erscheint dabei die Beobachtung, daß bei 60 kV Elektronengeschwindigkeit die Sekundäremissionsausbeute unter 1 liegt, wenn die Schichtdicke einen bestimmten Wert (etwa 5 μ) unterschreitet, wenn also die absorbierende Wirkung der Leitungselektronen der Metallunterlage sich bemerkbar macht.

Anhaltspunkte für großes Sekundäremissionsvermögen bei hohen Elektronengeschwindigkeiten finden sich auch in der Literatur bei verschiedenen von anderen Autoren[14]) untersuchten Isolatoren, bei denen man deutlich zwei Gruppen unterscheiden kann: eine Gruppe, die tatsächlich eine grundsätzliche Ähnlichkeit mit derjenigen der Metalle aufweist, indem schon bei wenigen tausend Volt die Sekundäremissionskurve unter den Wert 1 sinkt. Dieser Gruppe scheinen anzugehören: Glimmer, verschiedene Gläser und Quarzglas. Bei einer zweiten Gruppe beobachtet man auch bei einigen tausend Volt noch ein Sekundäremissionsvermögen über 1 und einen nahezu parallelen Verlauf zur Nullinie. Zu ihr gehören z. B.: Al_2O_3, *BeO*, *MgO*, MgF_2, *CaO* und *BaO*, also lauter gut isolierende Stoffe mit kristallinem Aufbau. Bei diesen Isolatoren der zweiten Gruppe, zu denen auch die gut isolierenden Kristallphosphore gehören, ist wie bei diesen bis zu hohen Elektronengeschwindigkeiten ein zur Abszissenachse nahezu paralleler, über 1 liegender Ast der Sekundäremissionskennlinie zu erwarten, solange nicht durch Bildung von Zentren bzw. Ausscheidung von Metallatomen der Gitterbau verändert wird.

Weitere Untersuchungen in dieser Richtung erscheinen wegen der Einfachheit der Versuchsanordnung besonders geeignet zur Vertiefung unserer Kenntnisse über die Ausbreitung langsamer Elektronen in Festkörpern und damit über deren Aufbau.

Herrn Prof Schleede, Frl. Dr. Glassner und Herrn Dr. Bartels danken wir für Überlassung zahlreicher Leuchtstoffproben und wertvolle Ratschläge.

11) Vgl. hierzu die theoretischen Überlegungen von A. E. Kadyschewitsch, Journ. of Phys. USSR. II, 115, 1940. Die zuweilen vertretene Meinung, daß die Sekundärelektronen auch bei Isolatoren aus ähnlich geringen Tiefen kommen (Salow, l. c., und Bruining, Physica **3**, 1046, 1936), trifft also nach unseren Versuchen für Isolatoren mit kristallinem Aufbau bestimmt nicht zu.

12) M. Knoll, O. Hachenberg und J. Randmer, Zeitschr. f. Phys. **122**, 137, 1944.

13) Hergestellt durch Rauch von an Luft verbranntem *Mg*.

14) H. Salow, l. c.; G. Maurer, Zeitschr. f. Phys. **118**, 122, 1941; K. Geyer, Ann. d. Phys. **41**, 117, 1942 und **42**, 241, 1942.

Berlin, Laboratorium für Elektronenforschung Telefunken, 15. Februar 1943.

(Eingegangen 17. März 1944)

Verantwortlicher Schriftleiter: Dr. Ludwig Bewilogua, Berlin. — Verlag S. Hirzel, Leipzig C 1. — Druck: Bibliographisches Institut AG. — Printed in Germany.

Zur Veröffentlichung in den nächsten Heften der Reichsberichte wurden angenommen:

E. Rexer, Beschleunigte Polymerisation durch Bestrahlung mit γ- und Röntgen-Quanten. ($15^1/_2$ Spalten, 6 Figuren.) Eingegangen am 28. Juni 1944.

Zusammenfassung

Die Polymerisation von M.-Ester in Zimmertemperatur wird durch Bestrahlung mit γ- bzw. Röntgenquanten stark beschleunigt. Voraussetzung dafür ist reinstes Ausgangsmaterial, das unter diesen Bedingungen ohne Bestrahlung praktisch keine Polymerisation zeigt. Die Beschleunigung bei Bestrahlung wird auf eine Auswirkung der durch die γ- bzw. Röntgenquanten im M.-Ester ausgelösten Photo- und Rückstoßelektronen zurückgeführt, die dort „angeregte Moleküle" — Keime — bilden.

Die Polymerisation findet nun nicht nur während der Bestrahlung selbst, sondern auch nach beendeter Bestrahlung — Nachpolymerisation — statt. Für die Polymerisation während der Bestrahlung wird explosionsartiger Verlauf gefunden ähnlich peroxydbeschleunigter Polymerisation. Der Polymerisationsgrad steigt allerdings im Verlauf der Reaktion bei isothermer Durchführung der Versuche erheblich an. Die Nachpolymerisation verläuft ebenfalls explosionsartig. Charakteristisch für die Nachpolymerisation ist eine gegenüber der Polymerisation während der Bestrahlung um etwa zwei Größenordnungen kleinere Wachstumsgeschwindigkeit. Diese ist direkt bestimmbar, da während der Nachpolymerisation keine neuen Keime gebildet werden, sondern lediglich vorhandene Ketten weiterwachsen. Aus den gewonnenen Daten ergibt sich, daß es sich bei diesem Wachstum während der Nachpolymerisation vorwiegend um Kettenverzweigung handeln muß. Die erhaltenen Polymerisate zeichnen sich durch hohes Molekulargewicht aus.

Auf die Bedeutung der kleinen Wachstumsgeschwindigkeit der Nachpolymerisation für die Eigenschaften der dabei entstehenden Polymerisate wird hingewiesen. Damit wird die gesamte Polymerisation durch Bestrahlung von Wichtigkeit, da die Nachpolymerisation mit der Polymerisation während der Bestrahlung von Beginn an parallel verläuft.

Wie betont, handelt es sich beim vorliegenden Bericht um eine unvollständige Arbeit, die der Ergänzung bedarf. Diese Ergänzung besteht in Vervollständigung der Daten in quantitativer Hinsicht, in Erweiterung der Versuche auf verschiedene Temperaturen, in Untersuchung des Verhaltens und der Eigenschaften der fertigen Polymerisate und in der Anwendung des Verfahrens auf andere Substanzen.

M. Grützmann, Die Eignung von Stoßpendeln zur Herstellung und Messung kurzer Kontaktzeiten. ($8^3/_4$ Spalten, 9 Figuren.) Eingegangen am 1. Juli 1944.

Zusammenfassung

1. Das Stoßpendelverfahren erlaubt eine Kurzzeitmessung mit einfachen Hilfsmitteln auf rein mechanischer Grundlage.
2. Wirksame Faktoren zur Veränderung der Kurzzeit sind der Kugelradius und die Ausschlagsweite. Ein weicheres Kugelmaterial führt zur Verlängerung der Stoßzeit. Die Wirkung einer Änderung der Pendellänge ist äußerst gering (C).
3. Die Meßmethode erlaubt eine stetige Variation der Kurzzeit und eignet sich daher zum Auffinden von Unstetigkeitsstellen.
4. Der Meßbereich umfaßt mit Kugeln von $\varnothing = 3$ mm bis $\varnothing = 40$ mm ein Zeitintervall von $3{,}5 \cdot 10^{-5}$ bis $6{,}4 \cdot 10^{-4}$ sec.

E. Rohloff, Greifswald, Die Kathodenflamme des Hochstromkohlebogens. (8 Spalten, 5 Figuren.) Eingegangen am 14. Juli 1944.

Zusammenfassung

Aus Zeitlupenaufnahmen und aus einigen Feststellungen mehr orientierender Art über dynamische Wirkungen ergeben sich Hinweise auf den Mechanismus der Kathodenflamme von Hochstromkohlebogen. Insbesondere würden sich die an dem zentralen Teil („negative Stichflamme") beobachteten Erscheinungen nur verstehen lassen, wenn man annimmt, daß es sich hier um einen weitgehend freien Elektronenstrahl handelt, wobei allerdings die Erklärung der dabei vorauszusetzenden großen freien Elektronenweglänge Schwierigkeiten macht. Jedenfalls können die hier gesammelten Feststellungen als Unterlage für weitere theoretische Überlegungen von Nutzen sein.

H. Neuert, Über ein Verfahren zur Messung von Zählrohrstößen bei hohen Stoßzahlen. (15 Spalten, 6 Figuren.) Eingegangen am 1. August 1944.

Zusammenfassung

Zur Ausmessung der Häufigkeit von Zählrohrstößen bei kernphysikalischen Untersuchungen erscheint eine Thyratronstrommeßanordnung infolge ihrer Einfachheit besonders geeignet. Dabei wird ein der mittleren Stoßzahl entsprechender Strom an einem gebräuchlichen Strommeßinstrument (z. B. Mavometer) abgelesen. Die Einstelldauer für eine Ablesung beträgt etwa 10 sec. Durch geeignete Wahl der Schaltelemente werden schon bei verhältnismäßig kleinen Stoßzahlen Ströme von 1 mA erzielt. Das Gerät kann so eingestellt werden, daß die Stromanzeige bis zu etwa 30000 St/min innerhalb der Ablesegenauigkeit proportional zur Stoßzahl ist. Für noch höhere Stoßzahlen (bis etwa 80000 St/min) ist eine einmalige Eichung empfehlenswert. Der geradlinige Teil der Strom-Stoßzahl-Kurven kann durch eine einfache Formel ausgedrückt werden. Diese lautet $i_0 = n\left(C_3 + \frac{t}{R_3}\right) \cdot (V_a - V_B)$. Der weitere Kurvenverlauf kann mit Hilfe statistischer Betrachtungen erklärt werden. Der Meßbereich des Geräts ist durch die Entionisierungszeit des verwendeten Thyratrons (etwa 3×10^{-4} sec) oder durch das Auflösungsvermögen des Zählrohrs begrenzt. Da durch einfache Umschaltung ein Zählwerk angeschlossen werden kann, kann ohne Schwierigkeit ein Stoßzahlenbereich von einigen St/min bis zu 80000 St/min ausgemessen werden.